
TD 1

Mécanique du point

Les trois lois de Newton

1 Lois fondamentales de la dynamique

Énoncez les trois lois de Newton.

2 Bilan des forces

Une masse M_1 est maintenue sur un plan incliné avec un angle θ et est reliée par un fil (dont on négligera la masse) à une masse M_2 (voir Fig. 1). Dans la suite de l'exercice, on néglige la friction cinétique μ de la masse M_1 . Déterminez l'accélération des deux masses, ainsi que la tension exercée sur le fil.

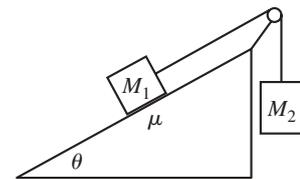


FIG. 1: © D. Morin

3 Chute libre

Une particule de masse m dans le champ de pesanteur terrestre est soumise à la force d'attraction $F = mg$, où $g = 9.81 \text{ m.s}^{-2}$ est l'accélération de la pesanteur à la surface de la Terre. La particule est lâchée à l'instant $t = 0$ d'une hauteur h , sans vitesse initiale.

- On néglige dans un premier temps les frottements dus à la résistance de l'air. Déterminez et résolvez les équations du mouvement de la particule.
- On prend maintenant en compte les frottements dus à la résistance de l'air, et on suppose que la force de frottement a pour module αmv , avec v la vitesse de la particule, et α une constante positive (quelle est sa dimension?). Déterminez la vitesse et la position de la particule à tout instant t . Esquissez ces deux quantités.

4 Projectile

Un projectile de masse m soumis à l'attraction terrestre, initialement à la position \mathbf{r}_0 , est lancé dans une direction arbitraire avec la vitesse initiale \mathbf{v}_0 . On néglige le frottement de l'air.

- Déterminez et résolvez les équations du mouvement.
- À quel angle d'inclinaison doit être lancé le projectile afin que celui-ci parcourt une distance horizontale maximale avant de retomber sur le sol? On supposera que le projectile est lancé du sol et que ce dernier est horizontal.

5 Coordonnées polaires

On considère les coordonnées polaires (r, θ) représentées sur la Fig. 2.

- (a) Exprimez (x, y) en fonction de (r, θ) , et inversement, (r, θ) en fonction de (x, y) .
- (b) Montrez que la vitesse a pour expression en coordonnées polaires

$$\dot{\mathbf{r}} = \dot{r} \hat{\mathbf{r}} + r\dot{\theta} \hat{\boldsymbol{\theta}},$$

où $\hat{\mathbf{r}}$ et $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ sont respectivement les vecteurs unitaires selon r et θ . Commentez la signification physique de chaque terme.

- (c) En déduire que l'accélération a pour expression

$$\ddot{\mathbf{r}} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2) \hat{\mathbf{r}} + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}) \hat{\boldsymbol{\theta}}.$$

Commentez la signification physique de chaque terme.

- (d) On considère une masse m suspendu à un fil inextensible de longueur ℓ . La masse est soumise à une force de pesanteur $m\mathbf{g}$ et les frottements sont négligés. Déterminez l'équation du mouvement. Résoudre cette équation dans la limite des petites oscillations. Dans cette limite, en déduire la fréquence et la période du pendule. On supposera que la masse forme initialement un angle θ_0 avec la verticale, et que sa vitesse initiale est nulle.

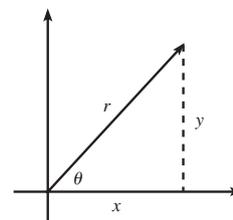


FIG. 2: © D. Morin

6 Particule chargée dans un champ électromagnétique

On suppose que règne dans tout l'espace un champ magnétique homogène \mathbf{B} orienté selon x et un champ électrique \mathbf{E} orienté selon z . Une particule de charge q se situe à l'instant $t = 0$ à l'origine des coordonnées avec une vitesse initiale nulle. Montrez que la trajectoire de la particule est une cycloïde.