

Examen

Aucun document n'est autorisé. L'usage de la calculatrice est autorisé, mais pas nécessaire.

Durée de l'épreuve : 1h

Le sujet comprend 2 pages au total

NOM :

Prénom :

1 Mécanique du point

Un projectile ponctuel de masse m soumis à l'attraction terrestre (on note g l'accélération de la pesanteur), initialement au niveau du sol et à l'origine des coordonnées, est lancé dans une direction arbitraire avec la vitesse initiale \mathbf{v}_0 qui forme un angle α avec le sol. On néglige dans un premier temps le frottement de l'air, et l'on suppose le sol parfaitement plat.

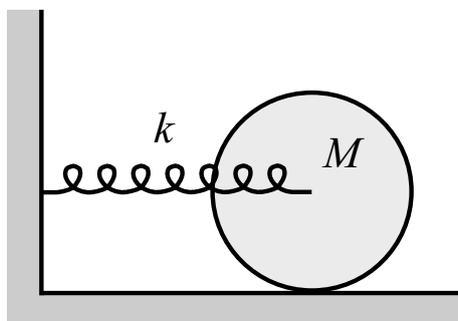
- 1/ En choisissant judicieusement vos axes, déterminer et résoudre les équations du mouvement.
- 2/ Montrer que le mouvement du projectile décrit une parabole dont on donnera l'équation.
- 3/ À quel angle d'inclinaison doit être lancé le projectile afin que celui-ci parcourt une distance horizontale maximale avant de retomber sur le sol? Argumenter votre réponse.
- 4/ On prend maintenant en compte les frottements de l'air. On suppose que la force de frottement a pour expression $\mathbf{F}_{\text{fr}} = -m\gamma\mathbf{v}$, où γ est la constante de frottement et où \mathbf{v} est la vitesse du projectile. Reprendre la question 1/.

2 Mécanique du solide

On considère un cylindre plein de rayon R , de hauteur L , de masse M et de densité volumique de masse uniforme ρ .

- 1/ Montrer que le moment d'inertie du cylindre par rapport à son axe de révolution s'écrit $I = \beta MR^2$, où β est une constante que l'on déterminera. On détaillera soigneusement sur un schéma le système de coordonnées utilisé.

On considère maintenant qu'un ressort de constante de raideur k est attaché au centre de masse du cylindre (voir figure).



- 2/ On suppose que le cylindre roule sur le sol sans glisser. Quelle est la force à l'origine de ce phénomène? On représentera cette force sur la figure ci-dessus en distinguant le cas où le cylindre accélère (i) vers la gauche et (ii) vers la droite.

- 3/ Donner la relation entre l'accélération linéaire a du cylindre et son accélération angulaire que l'on dénotera α .
- 4/ Rappeler sans justification l'équation reliant le couple τ exercé sur le cylindre à son moment d'inertie I et à son accélération angulaire α . En déduire une expression de la force de frottement en fonction de M et a .
- 5/ Montrer que l'équation du mouvement du centre de masse du cylindre correspond à celle d'un oscillateur harmonique dont on précisera la fréquence. Comparer cette fréquence à celle d'un objet qui glisserait sans rouler, et expliquer qualitativement la différence.

3 Relativité restreinte

- 1/ Énoncer les deux postulats d'Einstein.
- 2/ Quelle est l'expression relativiste de l'impulsion ? De l'énergie ? Commenter ces expressions.
- 3/ Les muons ont un temps de vie de 2×10^{-6} s mesuré par rapport au référentiel du muon (référentiel propre). Un muon passe devant un expérimentateur à la vitesse de $3c/5$, où c est la vitesse de la lumière. Quel est le temps de vie (en secondes) du muon dans le référentiel de l'expérimentateur ?
- 4/ Un TGV a une longueur propre de 113 m et une hauteur propre de 4.87 m. Le TGV voyage à la vitesse de la lumière par rapport au sol (qui est parfaitement plat), où se situe une vache (immobile par rapport au sol) observant le TGV passer. Quelle est la longueur et la hauteur du TGV dans le référentiel de la vache ?