

## Examen

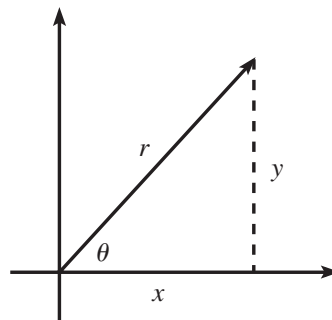
*Aucun document n'est autorisé. L'usage de la calculatrice est autorisé, mais pas nécessaire.*

*Durée recommandée de l'épreuve : 1h*

*Le sujet comprend 2 pages au total*

### 1 Mécanique céleste

- 1/ Énoncer précisément les trois lois de Newton.
- 2/ Donner la définition d'une force centrale.
- 3/ Donner la définition du moment cinétique (ou moment angulaire)  $L$  d'une particule ponctuelle de masse  $m$ .
- 4/ Montrer que
  - a/ le moment cinétique d'une telle particule soumise à une force centrale est conservé ;
  - b/ le mouvement de la particule s'effectue dans un plan perpendiculaire à  $L$ .
- 5/ On considère désormais les coordonnées polaires  $(r, \theta)$  représentées sur la figure ci-dessous.



- a/ Exprimer les vecteurs unitaires selon  $r$  et  $\theta$  ( $\hat{r}$  et  $\hat{\theta}$ , respectivement) en fonction de l'angle  $\theta$  et des vecteurs unitaires selon  $x$  et  $y$  ( $\hat{x}$  et  $\hat{y}$ , respectivement).
  - b/ Montrer que la vitesse de la particule ponctuelle de masse  $m$  a pour expression en coordonnées polaires  $\dot{\mathbf{r}} = \dot{r}\hat{r} + r\dot{\theta}\hat{\theta}$ . Commenter la signification physique de chaque terme.
  - c/ En déduire que l'accélération de la particule a pour expression  $\ddot{\mathbf{r}} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\hat{r} + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\hat{\theta}$ . Commenter la signification physique de chaque terme.
- 6/ À l'aide du principe fondamental de la dynamique, déterminer les équations du mouvement en coordonnées polaires de la particule soumise au champ de force centrale. L'une de ces deux équations à une signification physique simple. Laquelle ?
  - 7/ Dans la suite du problème, on considère le système Terre-Soleil. On note  $m$  la masse de la terre, et  $M$  celle du soleil. On place le Soleil à l'origine des coordonnées et l'on repère la Terre par ses coordonnées polaires  $(r, \theta)$  par rapport au Soleil. On suppose que le Soleil est immobile. Justifier brièvement cette approximation.
  - 8/ a/ Donner l'expression de la force gravitationnelle que le Soleil exerce sur la Terre. Cette force est-elle attractive ou répulsive ?  
b/ En déduire l'énergie potentielle associée, et représenter sur un schéma cette dernière en fonction de  $r$ . La force gravitationnelle est-elle conservative ? Pourquoi ?
  - 9/ On suppose que la trajectoire de la Terre autour du Soleil est circulaire (on notera  $R$  le rayon).

- a/ Montrer que le mouvement de la Terre autour du Soleil est dans cette hypothèse uniforme.
- b/ Démontrer que le carré de la période de révolution  $T$  de la Terre est proportionnel au cube du rayon  $R$  de sa trajectoire. En supposant que la trajectoire de Neptune est également circulaire autour du Soleil, donner une relation entre le rayon  $R_{\text{Neptune}}$  de son orbite et sa période  $T_{\text{Neptune}}$  autour du Soleil. À qui doit-on cette loi ?

## 2 Le TGV du futur

Un TGV a une longueur propre de 113 m et une hauteur propre de 4.87 m. Le TGV voyage à la vitesse de la lumière par rapport au sol (qui est parfaitement plat), où se situe une vache (immobile par rapport au sol) observant le TGV passer. Quelle est la longueur et la hauteur du TGV dans le référentiel de la vache ?