TD 2
Statique du solide indéformable

1 Forces se compensant

Exercice 1

Une corde de longueur L et de densité linéique de masse ρ uniforme est suspendue verticalement à l'une de ses extrémités. Déterminez la tension $T(z)$ en fonction de la hauteur z le long de la corde. *Indication :* on considérera un élément infinitésimal de la corde de longueur $\mathrm{d}z$ et on effectuera le bilan des forces sur cet élément.

Exercice 2

Un bloc de masse M se situe sur un plan incliné qui forme un angle θ avec l'horizontal. On suppose que la force de friction F_f entre le bloc et le plan incliné est suffisante afin que le bloc soit au repos.

(a) Déterminez les composantes horizontales de la force de friction et de la force normale au plan incliné agissant sur le bloc en fonction de M, l'accélération de la pesanteur g, et θ.

(b) Pour quel angle θ les valeurs absolues de ces composantes sont-elles maximales ?

Exercice 3

Un livre de masse M est positionné contre un mur. On appelle μ le coefficient de friction statique entre le mur et le livre. On souhaite appliquer une force F au livre à un angle θ par rapport à l'horizontal ($-\pi/2 < \theta < \pi/2$) afin que celui-ci ne tombe pas, comme le montre la Fig. 1.

(a) Pour un angle θ donné, quelle est la force minimale F_min requise ?

(b) Pour quel angle θ_0 la force minimale F_min est-elle la plus petite ? Quelle est la valeur $F_\mathrm{min}(\theta_0)$ correspondante ?

(c) Quelle est la valeur limite θ_lim de θ pour laquelle il n'existe pas de force F capable de maintenir le livre ?

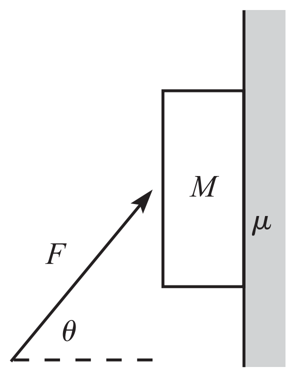

Figure 1

Exercice 4

On considère le système de la Fig. 2 : un triangle isocèle de longueur commune aux deux côtés égaux L placé entre deux cercles de rayon R dont on néglige la friction. On appelle σ la densité de masse surfacique du triangle, et θ correspond à l'angle de contact triangle–cercles par rapport à l'horizontale.

(a) Déterminez la force F horizontale qu'il faut appliquer au système afin que les deux cercles restent en contact. Vous exprimerez votre résultat en fonction de σ, L, et θ.

(b) Pour quel angle θ_0 F est-elle extrémale ?

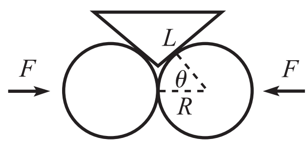

Figure 2

2 Couples se compensant (moment d'une force)

Exercice 1

Une tige repose sur une autre, comme le montre la Fig. 3. Les deux tiges forment un angle droit au point où la tige de gauche repose sur celle de droite, et la tige de droite forme un angle θ avec le sol. On suppose que la tige de gauche a une extension infinitésimale au dessus de l'extrémité gauche de la tige de droite. On appelle μ le coefficient de friction entre les deux tiges. Les deux tiges ont la même densité linéique de masse, et sont toutes deux fixées au sol par des charnières. Quel est l'angle minimum θ pour lequel les deux tiges ne tombent pas ?

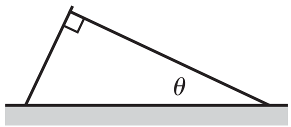

FIGURE 3

Exercice 2

Une échelle de longueur L et de masse M a l'une de ses extrémités attachée au sol par un pivot. L'échelle fait un angle θ avec le sol et est maintenu par une tige de longueur ℓ, dont on néglige la masse, et qui est également attachée au sol par un pivot (voir Fig. 4). L'échelle et la tige sont perpendiculaire. Déterminez la force que la tige exerce sur l'échelle. Quelle est la force normale au pivot de la tige ?

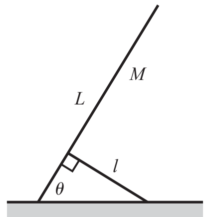

FIGURE 4

Exercice 3

Une bobine de masse M est consituée d'un essieu de rayon r et d'un cercle extérieur de rayon R qui peut rouler sur le sol. Une ficelle dont on néglige la masse est enroulée autour de l'essieu et on lui applique une tension T à un angle θ avec l'horizontale (voir Fig. 5).

(a) Étant donnés R et r, quelle doit être la valeur de θ telle que la bobine reste au repos ? On supposera que la force de friction entre la bobine et le sol est suffisamment importante de telle sorte que la bobine ne glisse pas sur le sol.

(b) Étant donnés R, r, M, et le coefficient de friction μ entre le sol et la bobine, quelle est la tension T maximale que l'on peut appliquer sans que la bobine ne bouge ?

(c) Étant donnés R et μ, quelle doit être la valeur de r afin de faire glisser la bobine avec la tension T la plus petite possible ? En d'autres termes, quelle doit être la valeur de r afin que la borne supérieure à T déterminée à la question (b) soit la plus petite possible ? Quelle est la valeur correspondante de T ?

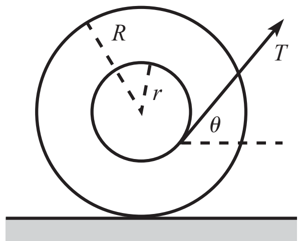

FIGURE 5

Exercice 4

Une tige de longueur ℓ et de densité linéique de masse ρ uniforme repose sur un cerceau de rayon R (voir Fig. 6). La tige forme un angle θ avec l'horizontale, et son extrémité supérieure est tangente au cercle. Il existe une force de friction à tous les points de contact du problème, et l'on suppose celle-ci suffisamment grande afin que le système reste au repos. Montrez que la force de friction entre le sol et le cerceau a pour expression $F_f = \frac{1}{2}\rho g R \cos\theta$.

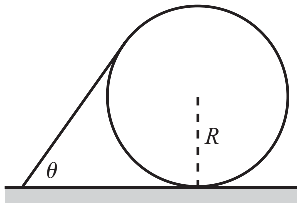

FIGURE 6