

Contrôle continu n° 2

Aucun document, téléphone portable, ni calculatrice ne sont autorisés

Durée de l'épreuve : 54 min

Le sujet comprend 2 pages au total, et les trois parties sont indépendantes.

On considère la machine d'Atwood représentée sur la Fig. 1.¹ Deux masses ponctuelles m_1 et m_2 (avec $m_2 \geq m_1$) sont suspendues à une corde passant sur une poulie de masse M et de rayon R . La poulie est un disque de densité surfacique de masse uniforme σ , et l'on suppose que la corde, de masse nulle et non-extensible, ne glisse pas sur la poulie.

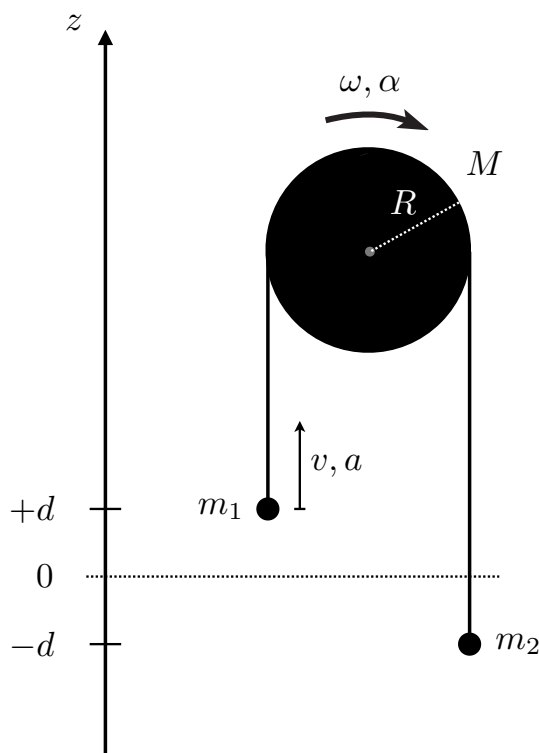


FIGURE 1

1 Moment d'inertie

Montrez que le moment d'inertie I de la poulie par rapport à son axe de rotation s'écrit $I = MR^2/2$.

2 Conservation de l'énergie

- Justifiez en une phrase que les vitesses v_1 et v_2 des masses m_1 et m_2 sont égales en norme. On notera par la suite $v_1 = v_2 = v$.
- Énoncez l'équation de conservation de l'énergie pour le système de la Fig. 1.
- Calculez la vitesse v des masses suspendues en fonction de g , d , m_1 , m_2 et M .
- Déterminez la relation entre l'accélération a des masses suspendues et leur vitesse v .

1. Cette machine a été inventée en 1784 par le scientifique anglais George Atwood (1745–1807) afin de vérifier expérimentalement les lois de Newton.

- (e) En déduire l'expression de a en fonction de g , m_1 , m_2 et M .
- (f) On considère à présent les cas particuliers suivants.
 - (i) Quelle doit être la valeur de a lorsque $m_1 = m_2$?
 - (ii) Vérifiez que pour $m_1 = m$, $m_2 = 2m$, et $M = m$, on trouve $a = 2g/7$.
 - (iii) Que se passe-t-il lorsque la masse de la poulie $M \gg m_1, m_2$?
 - (iv) Quel est l'effet de l'inertie de la poulie sur l'accélération a par rapport au cas où $M = 0$?
 - (v) Comment se comporte la chute de la masse m_2 en comparaison à une chute libre classique? En déduire un intérêt expérimental de la machine d'Atwood.

3 Moment des forces

- (a) En utilisant les notions de force et de moment d'une force, déterminez un système de trois équations pour les variables T_1 , T_2 et a , où T_1 et T_2 sont les tensions de la corde au points de suspension des masses m_1 et m_2 .
- (b) Retrouvez alors par le calcul l'accélération a des masses suspendues déterminée dans la partie 2.

On considère pour toute la suite de l'exercice le cas particulier où $m_1 = m$ et $m_2 = 2m$.

- (c) Déterminez dans ce cas les expressions des tensions T_1 et T_2 en fonction de g , m et M .
- (d) À la question précédente, vous devriez en principe trouver $T_2 > T_1$. Expliquez en une phrase pourquoi ce résultat était attendu.
- (e) Que se passe-t-il pour les tensions T_1 et T_2 si l'on néglige l'inertie de la poulie?
- (f) On considère à présent le cas où la poulie n'est plus un disque, mais un cerceau de densité linéique de masse uniforme λ , de rayon R et de masse M . Déterminez dans ce cas l'expression de l'accélération a .
- (g) L'accélération est-elle plus grande lorsque la poulie est un disque uniforme ou lorsqu'elle est un cerceau? En déduire la meilleure manière de construire une machine d'Atwood.