

Compléments sur les potentiels centraux

- * Atomes exotiques...
- * Anti-atomes, protonium
- * Quarkonium (mésons, baryons)
- * Positronium (triplet, singulet)
- * **Bouchiat** Z^0 ,...
- * **Hartree-Fock** + **Dirac-Fock** (atomes multi-électronique)
- * Potentiel modèle (Deutéron)
- * **Bertrand, Runge-Lenz (Pauli)**
- * Semi-conducteur (exciton + défauts)
- * Agrégats (pseudo-atome)
- * Atome en champ magnétique + électrique (**Delande, Delos**)
- * Sonder les nucléons grâce à la physique atomique
- * QED, ions hydrogénoïdes

Les quarkonia

Physique des particules

1 Bref historique

L'hypothèse des quarks (u, d, s) fut introduite par Murray Gell-Mann et Zweig en 1964 pour expliquer les propriétés de symétrie des particules subissant l'interaction forte.

Ce modèle permettait une bonne description des hadrons existant mais il restait plusieurs questions sans réponses.

En outre, le Ω^- d'étrangeté -3 ($\Omega^- = (sss)$) a une fonction d'onde de spin complètement symétrique dans l'échange des quarks. Il semble logique, dans la mesure où le Ω^- est le fondamental du baryon (sss), que celui-ci ait sa fonction d'onde spatiale complètement symétrique. Or ceci est interdit par le principe de Pauli car les quarks sont des fermions. C'est pour cela entre autres que l'on a introduit un degré de liberté supplémentaire: *la couleur*. La fonction d'onde associée à la couleur est complètement antisymétrique dans l'échange des quarks. La symétrie de jauge, basée sur le groupe de jauge $SU(3)_c$ de couleur devient la symétrie fondamentale et la théorie ainsi développée s'appelle la chromodynamique quantique ou QCD.

Les baryons (qqq) et les mésons ($q\bar{q}$) sont les seuls états observés expérimentalement. La non-observation des quarks et des gluons isolés conduit à faire l'hypothèse que les seules observables sont les singulets (singlets) de couleur. Cette hypothèse s'appelle aussi *le confinement*.

Une autre caractéristique fondamentale de la QCD est appelée liberté asymptotique. elle nous dit que les quarks se comportent comme s'ils ne subissaient pas d'interaction lorsqu'ils s'approchent tout près les uns des autres.

L'hypothèse des quarks fut renforcée en 1974, année de la découverte à Brookhaven et au SLAC (stanford US) des états de la famille du J/Ψ . ces états, qui se caractérisent par une durée de vie très longue par rapport aux temps caractéristiques des interactions fortes (niveaux étroits) et un large spectre d'excitation furent rapidement interprétés comme de véritables états liés d'un nouveau quark c et de son anti-quark \bar{c} . la découverte du J/Ψ et par la même du quark c fut complétée peu de temps après en 1977 par la découverte du Upsilon ($\Upsilon = (b\bar{b})$), quarkonium constitué d'un cinquième quark encore plus lourd, le quark b (bottom).

Les calculs de QCD étant trop compliqués pour des systèmes hadroniques, il devient nécessaire de bâtir des modèles qui reflètent les traits caractéristiques de la théorie et qui se prêtent à des calculs explicites.

$$\Psi = \Psi_{spin} \otimes \Psi_{spatiale} \otimes \Psi_{couleur}$$

A SCHEMATIC MODEL OF BARYONS AND MESONS *

M. GELL-MANN

California Institute of Technology, Pasadena, California

Received 4 January 1964

If we assume that the strong interactions of baryons and mesons are correctly described in terms of the broken "eightfold way" ¹⁻³, we are tempted to look for some fundamental explanation of the situation. A highly promised approach is the purely dynamical "bootstrap" model for all the strongly interacting particles within which one may try to derive isotopic spin and strangeness conservation and broken eightfold symmetry from self-consistency alone ⁴. Of course, with only strong interactions, the orientation of the asymmetry in the unitary space cannot be specified; one hopes that in some way the selection of specific components of the F-spin by electromagnetism and the weak interactions determines the choice of isotopic spin and hypercharge directions.

Even if we consider the scattering amplitudes of strongly interacting particles on the mass shell only and treat the matrix elements of the weak, electromagnetic, and gravitational interactions by means of dispersion theory, there are still meaningful and important questions regarding the algebraic properties of these interactions that have so far been discussed only by abstracting the properties from a formal field theory model based on fundamental entities ³ from which the baryons and mesons are built up.

If these entities were octets, we might expect the underlying symmetry group to be SU(8) instead of SU(3); it is therefore tempting to try to use unitary triplets as fundamental objects. A unitary triplet t consists of an isotopic singlet s of electric charge z (in units of e) and an isotopic doublet (u, d) with charges $z+1$ and z respectively. The anti-triplet \bar{t} has, of course, the opposite signs of the charges. Complete symmetry among the members of the triplet gives the exact eightfold way, while a mass difference, for example, between the isotopic doublet and singlet gives the first-order violation.

For any value of z and of triplet spin, we can construct baryon octets from a basic neutral baryon singlet b by taking combinations $(bt\bar{t})$, $(bt\bar{t}\bar{t})$, etc. **. From $(bt\bar{t})$, we get the representations 1 and 8, while from $(bt\bar{t}\bar{t})$ we get 1, 8, 10, $\bar{10}$, and 27. In a similar way, meson singlets and octets can be made out of $(t\bar{t})$, $(t\bar{t}\bar{t})$, etc. The quantum num-

ber $n_t - n_{\bar{t}}$ would be zero for all known baryons and mesons. The most interesting example of such a model is one in which the triplet has spin $\frac{1}{2}$ and $z = -1$, so that the four particles d^- , s^- , u^0 and b^0 exhibit a parallel with the leptons.

A simpler and more elegant scheme can be constructed if we allow non-integral values for the charges. We can dispense entirely with the basic baryon b if we assign to the triplet t the following properties: spin $\frac{1}{2}$, $z = -\frac{1}{3}$, and baryon number $\frac{1}{3}$. We then refer to the members $u^{\frac{2}{3}}$, $d^{-\frac{1}{3}}$, and $s^{-\frac{1}{3}}$ of the triplet as "quarks" q and the members of the anti-triplet as anti-quarks \bar{q} . Baryons can now be constructed from quarks by using the combinations (qqq) , $(qqq\bar{q})$, etc., while mesons are made out of $(q\bar{q})$, $(q\bar{q}\bar{q})$, etc. It is assuming that the lowest baryon configuration (qqq) gives just the representations 1, 8, and 10 that have been observed, while the lowest meson configuration $(q\bar{q})$ similarly gives just 1 and 8.

A formal mathematical model based on field theory can be built up for the quarks exactly as for p, n, Λ in the old Sakata model, for example ³ with all strong interactions ascribed to a neutral vector meson field interacting symmetrically with the three particles. Within such a framework, the electromagnetic current (in units of e) is just

$$i\left\{\frac{2}{3} u \gamma_{\alpha} u - \frac{1}{3} \bar{d} \gamma_{\alpha} d - \frac{1}{3} \bar{s} \gamma_{\alpha} s\right\}$$

or $\mathcal{F}_{3\alpha} + \mathcal{F}_{8\alpha}/\sqrt{3}$ in the notation of ref. 3). For the weak current, we can take over from the Sakata model the form suggested by Gell-Mann and Lévy, namely $i \bar{p} \gamma_{\alpha} (1 + \gamma_5) (n \cos \theta + \Lambda \sin \theta)$, which gives in the quark scheme the expression ***

$$i \bar{u} \gamma_{\alpha} (1 + \gamma_5) (d \cos \theta + s \sin \theta)$$

* Work supported in part by the U.S. Atomic Energy Commission.

** This is similar to the treatment in ref. 1). See also ref. 5).

*** The parallel with $i \bar{v}_e \gamma_{\alpha} (1 + \gamma_5) e$ and $i \bar{\nu}_e \gamma_{\alpha} (1 + \gamma_5) e$ is obvious. Likewise, in the model with d^+ , s^+ , u^0 , and b^0 discussed above, we would take the weak current to be $i(\bar{b}^0 \cos \theta + \bar{u}^0 \sin \theta) \gamma_{\alpha} (1 + \gamma_5) s^- + i(\bar{u}^0 \cos \theta - \bar{b}^0 \sin \theta) \gamma_{\alpha} (1 + \gamma_5) d^-$. The part with $\Delta(n_t - n_{\bar{p}}) = 0$ is just $i \bar{u}^0 \gamma_{\alpha} (1 + \gamma_5) (d^- \cos \theta + s^- \sin \theta)$.

QUARKS

The u -, d -, and s -quark masses are estimates of so-called "current-quark masses," in a mass-independent subtraction scheme such as $\overline{\text{MS}}$ at a scale $\mu \approx 2$ GeV. The c - and b -quark masses are the "running" masses in the $\overline{\text{MS}}$ scheme. For the b -quark we also quote the 1S mass. These can be different from the heavy quark masses obtained in potential models.

u

$$I(J^P) = \frac{1}{2}(\frac{1}{2}^+)$$

Mass $m = 1.5$ to 4 MeV [a]
 $m_u/m_d = 0.3$ to 0.7

$$\text{Charge} = \frac{2}{3} e \quad I_z = +\frac{1}{2}$$

d

$$I(J^P) = \frac{1}{2}(\frac{1}{2}^+)$$

Mass $m = 4$ to 8 MeV [a]
 $m_s/m_d = 17$ to 22
 $\bar{m} = (m_u + m_d)/2 = 3.0$ to 5.5 MeV

$$\text{Charge} = -\frac{1}{3} e \quad I_z = -\frac{1}{2}$$

s

$$I(J^P) = 0(\frac{1}{2}^+)$$

Mass $m = 80$ to 130 MeV [a] Charge $= -\frac{1}{3} e$ Strangeness $= -1$
 $(m_s - (m_u + m_d)/2)/(m_d - m_u) = 30$ to 50

c

$$I(J^P) = 0(\frac{1}{2}^+)$$

Mass $m = 1.15$ to 1.35 GeV

$$\text{Charge} = \frac{2}{3} e \quad \text{Charm} = +1$$

b

$$I(J^P) = 0(\frac{1}{2}^+)$$

$$\text{Charge} = -\frac{1}{3} e \quad \text{Bottom} = -1$$

Mass $m = 4.1$ to 4.4 GeV ($\overline{\text{MS}}$ mass)
 Mass $m = 4.6$ to 4.9 GeV (1S mass)

Le problème des masses... (aucun modèle ne prédit leurs valeurs)

26 Quark Summary Table

t

$$I(J^P) = 0(\frac{1}{2}^+)$$

$$\text{Charge} = \frac{2}{3} e \quad \text{Top} = +1$$

Mass $m = 174.3 \pm 5.1$ GeV (direct observation of top events)
 Mass $m = 178.1^{+10.4}_{-8.3}$ GeV (Standard Model electroweak fit)

t DECAY MODES

	Fraction (Γ_i/Γ)	Confidence level	P (MeV/c)
$W q (q = b, s, d)$			—
$W b$			—
$\ell \nu_\ell$ anything	$[b, c] \quad (9.4 \pm 2.4) \%$		—
$\tau \nu_\tau b$			—
$\gamma q (q = u, c)$	$[d] < 5.9 \times 10^{-3}$	95%	—
$\Delta T = 1$ weak neutral current (T1) modes			
$Z q (q = u, c)$	T1 $[e] < 13.7 \%$	95%	—

b' (4th Generation) Quark, Searches for

Mass $m > 190$ GeV, CL = 95% ($p\bar{p}$, quasi-stable b')
 Mass $m > 199$ GeV, CL = 95% ($p\bar{p}$, neutral-current decays)
 Mass $m > 128$ GeV, CL = 95% ($p\bar{p}$, charged-current decays)
 Mass $m > 46.0$ GeV, CL = 95% (e^+e^- , all decays)

Free Quark Searches

All searches since 1977 have had negative results.

Les quarks

génération		I	II	III	charge électrique
quarks		u	c	t	$\frac{2}{3}e$
		d	s	b	$-\frac{1}{3}e$
leptons		e	μ	τ	$-e$
		ν_e	ν_μ	ν_τ	0

Les hadrons

hadron		contenu en quark
p (proton)		uud
n (neutron)		udd
Δ^{++}		uuu
Δ^+		uud
Δ^0		udd
Δ^-		ddd
Λ		uds
Ω^-		sss
Λ_c^+		udc
π^+	pions (mésons pi)	$u\bar{d}$
π^0		$u\bar{u} + d\bar{d}$
π^-		$d\bar{u}$
K^+	kaons (mésons K)	$u\bar{s}$
K^0		$d\bar{s}$
Φ, Φ', \dots		$s\bar{s}$
$J/\psi, \psi', X_c$	(charmonia)	$c\bar{c}$
D^+, D^{*+}	mésons charmés	$c\bar{d}$
D^0, D^{*0}		$c\bar{u}$
F, F^*	mésons charmés et étranges	$c\bar{s}$
$\Upsilon, \Upsilon', \dots X_b, X_b'$	(beautonia)	$b\bar{b}$

baryons

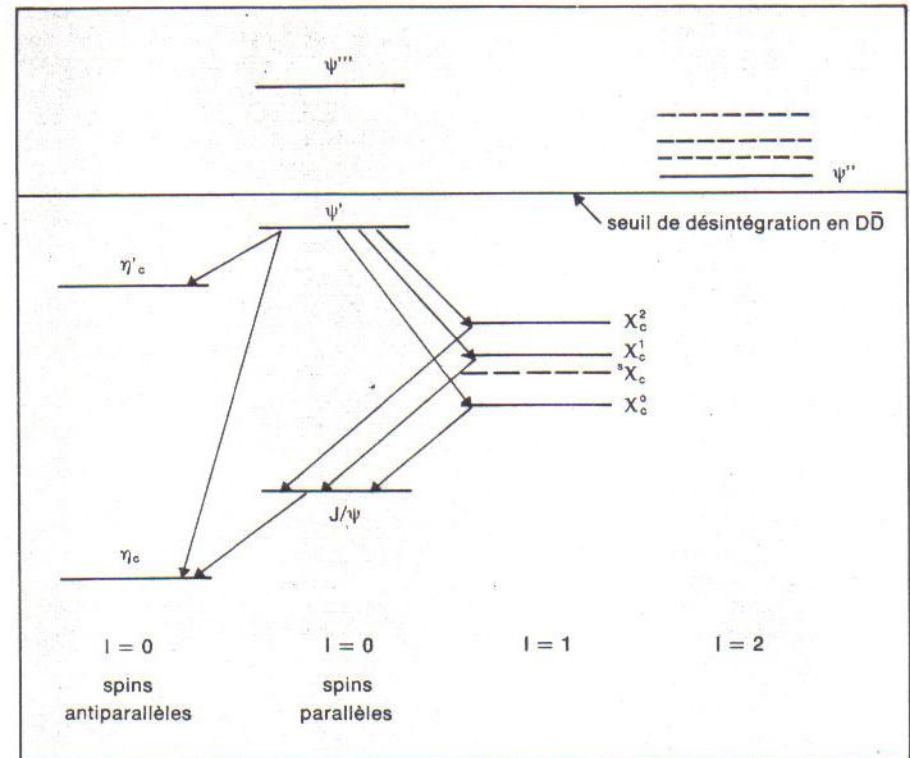
mésons

Quarkonium

Charmonium states:



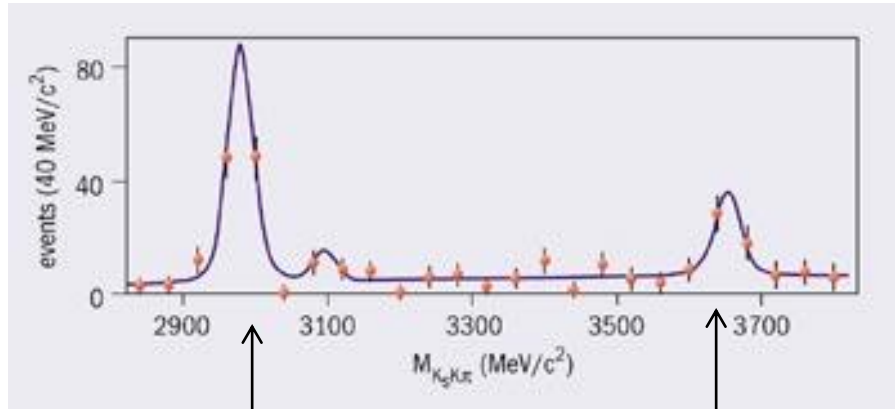
Term symbol	J^{PC}	Particle	mass (MeV)
1^1S_0	$0^-(0^{-+})$	$\eta_c(1S)$	2979.6 ± 1.2
1^3S_1	$0^-(1^{--})$	$J/\psi(1S)$	3096.916 ± 0.011
1^1P_1	$0^-(1^{+-})$	$h_c(1P)$	3524.2 ± 0.8
1^3P_0	$0^+(0^{++})$	$\chi_{c0}(1P)$	3415.10 ± 0.34
1^3P_1	$0^+(1^{++})$	$\chi_{c1}(1P)$	3510.59 ± 0.10
1^3P_2	$0^+(2^{++})$	$\chi_{c2}(1P)$	3556.26 ± 0.11
2^1S_0	$0^+(0^{-+})$	$\eta_c(2S)$, or η_c'	3638.7 ± 2.0
2^3S_1	$0^-(1^{--})$	$\psi(3686)$	3686.093 ± 0.034
1^1D_2	$0^+(2^{-+})$	$\eta_{c2}(1D)^{\dagger}$	
1^3D_1	$0^-(1^{--})$	$\psi(3770)$	3770.0 ± 2.4
1^3D_3	$0^-(2^{--})$	$\psi_3(3836)^*$	3836 ± 13
1^3D_2	$0^-(3^{--})$	$\psi_2(1D)^{\dagger}$	
2^1P_1	$0^-(1^{+-})$	$h_c(2P)^{\dagger}$	
2^3P_0	$0^+(0^{++})$	$\chi_{c0}(2P)^{\dagger}$	
2^3P_1	$0^+(1^{++})$	$\chi_{c1}(2P)^{\dagger}$	
2^3P_2	$0^+(2^{++})$	$\chi_{c2}(2P)^{\dagger}$	
$?^? ?_?$	$0^?(?^{\dagger})$	$\chi(3872)$	3872.0



Spectroscopie hadronique

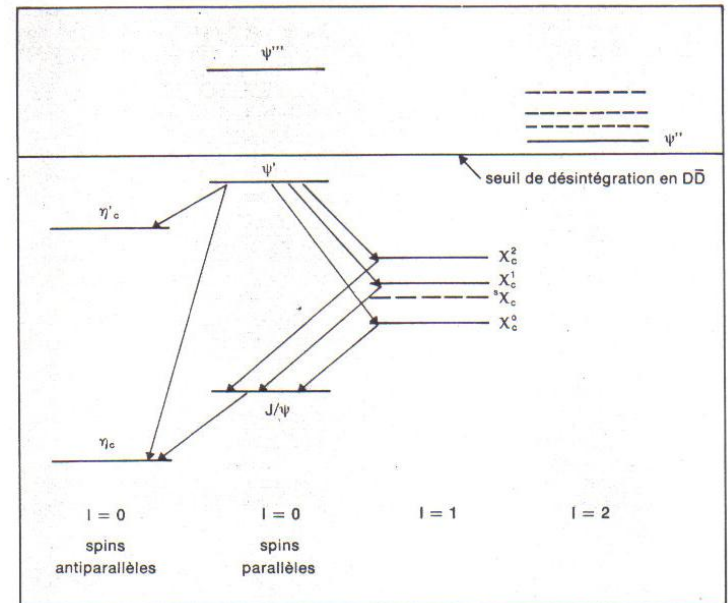
$B \rightarrow K \eta_c (\eta_c')$

Désintégration du Bottonium



η_c

η_c'



<http://cerncourier.com/main/article/43/3/12>

2 Modèle de potentiel

Celui-ci a pour ingrédients:

1. Il existe des approches semi-relativistes que nous n'aborderons pas ici.
2. La QCD par essence même nous dit que dans l'interaction entre les quarks, le couplage se fait par la couleur et ne fait pas intervenir la saveur des quarks (strange, charmed, bottom,..). Autrement dit l'interaction des gluons avec les quarks est la même pour toutes les saveurs.
3. Pour des courtes distances (c'est à dire pour des grandes impulsions), la constante de couplage de l'interaction forte α_S tend vers zéro. On est alors dans un régime très semblable à QED dans la mesure où l'on peut traiter cette interaction comme une perturbation. Si on se limite au premier ordre (one gluon exchange mechanism), on a donc un potentiel de la forme $-\frac{C}{r}$ aux courtes distances. Par contre pour des distances de séparation très grandes, les quarks interagissent fortement (c'est le confinement) et donc un traitement perturbatif perd son sens. On pense que l'interaction entre deux quarks éloignés de r croît linéairement en fonction de la distance. Au niveau des distances caractéristiques au sein des mésons (et des hadrons en général) on peut montrer qu'un potentiel coulombien plus linéaire peut-être approximé par un potentiel en loi de puissance:

$$V(r) = A + Br^\beta .$$

Ce potentiel a été introduit pour la première fois par André Martin (CERN) au milieu des années 1980.

$$V(r) = A + Br^\beta$$

$$A = -8.337 \text{ GeV}$$

$$B = +6.9923 \text{ GeV}^{1+\beta}$$

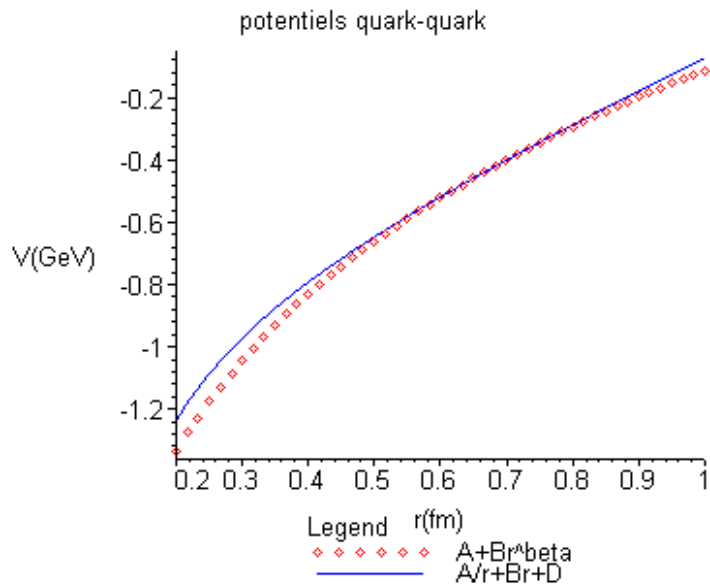
$$\beta = 0.1$$

$$m_u = 0.3 \text{ GeV}/c^2$$

$$m_s = 0.6 \text{ GeV}/c^2$$

$$m_c = 1.895 \text{ GeV}/c^2$$

$$m_b = 5.255 \text{ GeV}/c^2$$



$$V(r) = \frac{A}{r} + Br + D$$

$$A = -0.5203$$

$$B = 0.1857 \text{ GeV}^2$$

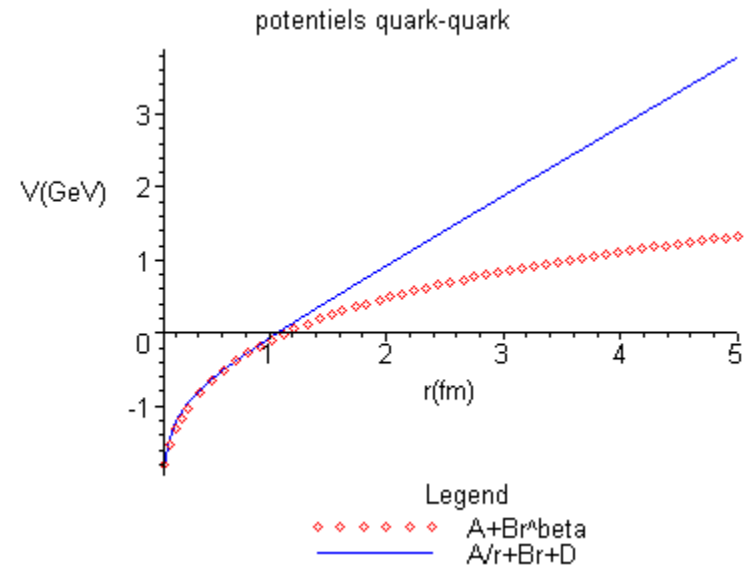
$$D = -0.9135$$

$$m_u = 0.337 \text{ GeV}/c^2$$

$$m_s = 0.6 \text{ GeV}/c^2$$

$$m_c = 1.870 \text{ GeV}/c^2$$

$$m_b = 5.259 \text{ GeV}/c^2$$



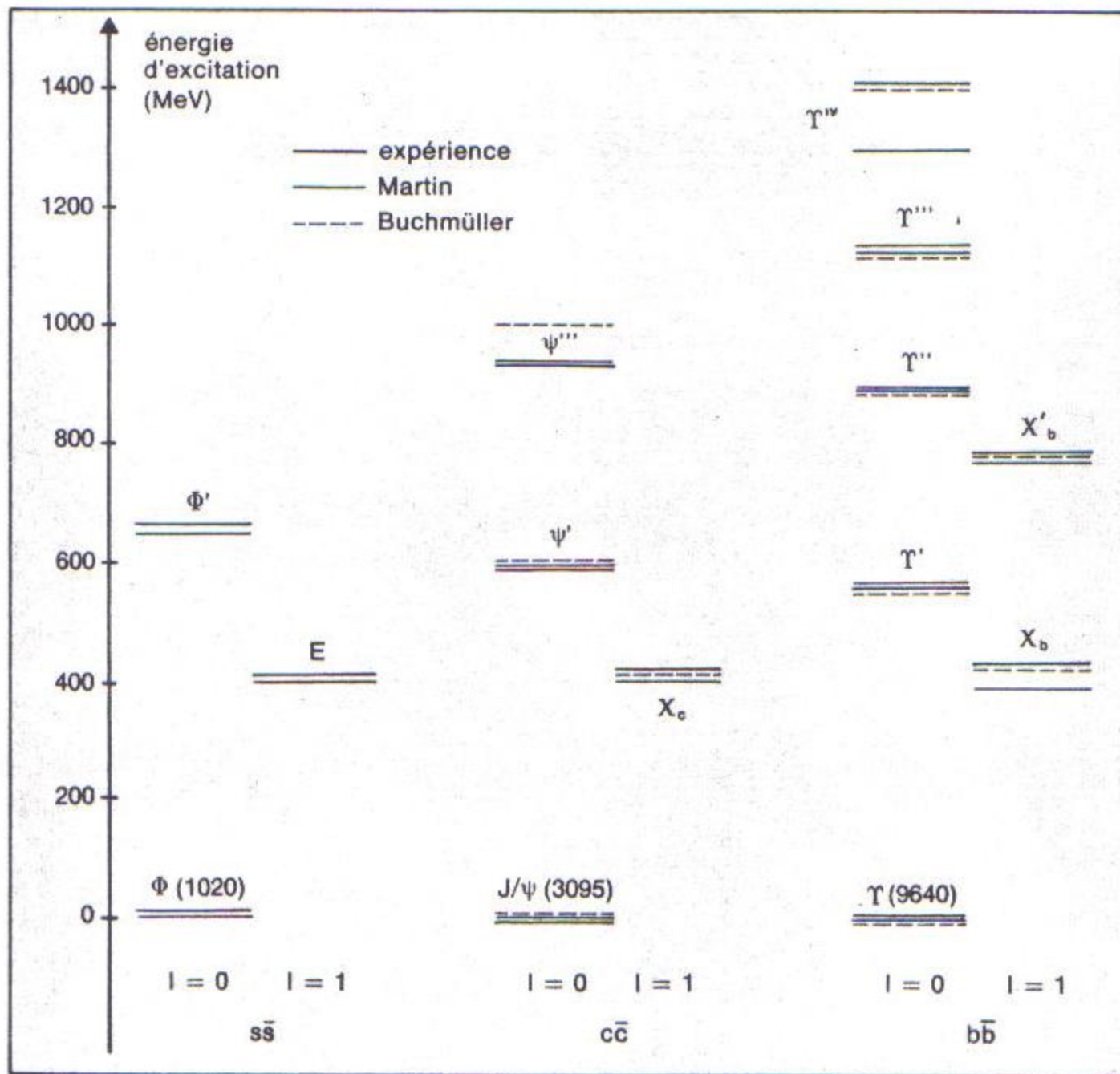


Table 1
Masses and relative leptonic widths for $c\bar{c}$, $b\bar{b}$ and $s\bar{s}$.

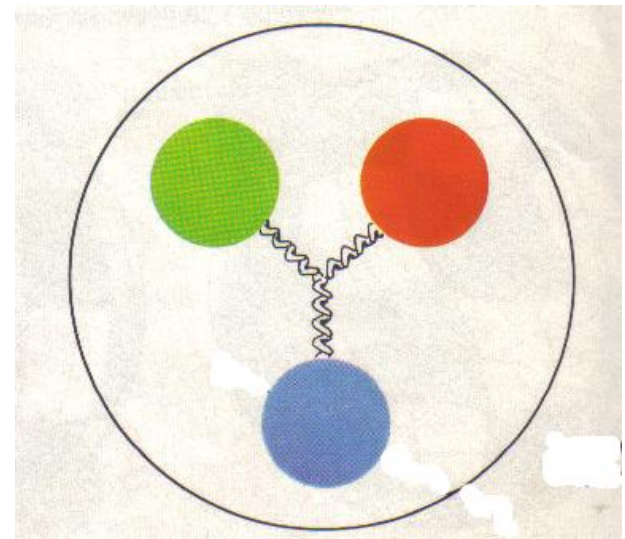
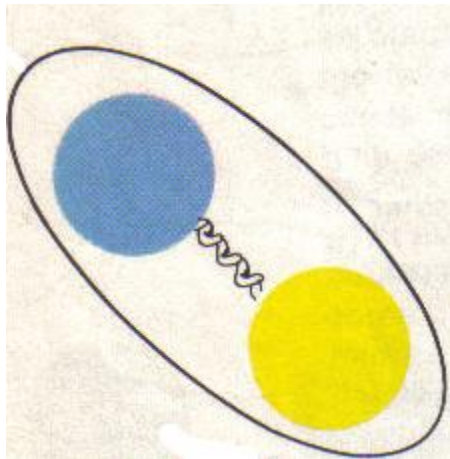
Quark system	States	Theory	Experiment a)	Theory	Experiment
$c\bar{c}$	J/ψ	3.095	3.095	1	1
	ψ'	3.687	3.684	0.40	0.46 ± 0.06
	ψ''	4.032	4.030	0.25	0.16 ± 0.02
	Average				
	P state	3.502	3.520		
	ψ'' (D state)	3.787	3.772		
		(no spin)			
	ψ^{iv}	4.280	4.414		
$b\bar{b}$	γ	9.46	9.46	1	1
	γ'	10.025	10.02	0.51	0.45 ± 0.05
	γ''	10.36	10.35	0.35	0.32 ± 0.05
	γ'''	10.60	10.58	0.27	0.24 ± 0.05
	γ^{iv}	10.76		0.21	
	1 P state	9.861			
	2 P state	10.242			
$s\bar{s}$	ϕ	1.02	1.02		
	$E(1^{++})$	1.42	1.44		
		(mean P state)			
	ϕ'	1.634	1.65		

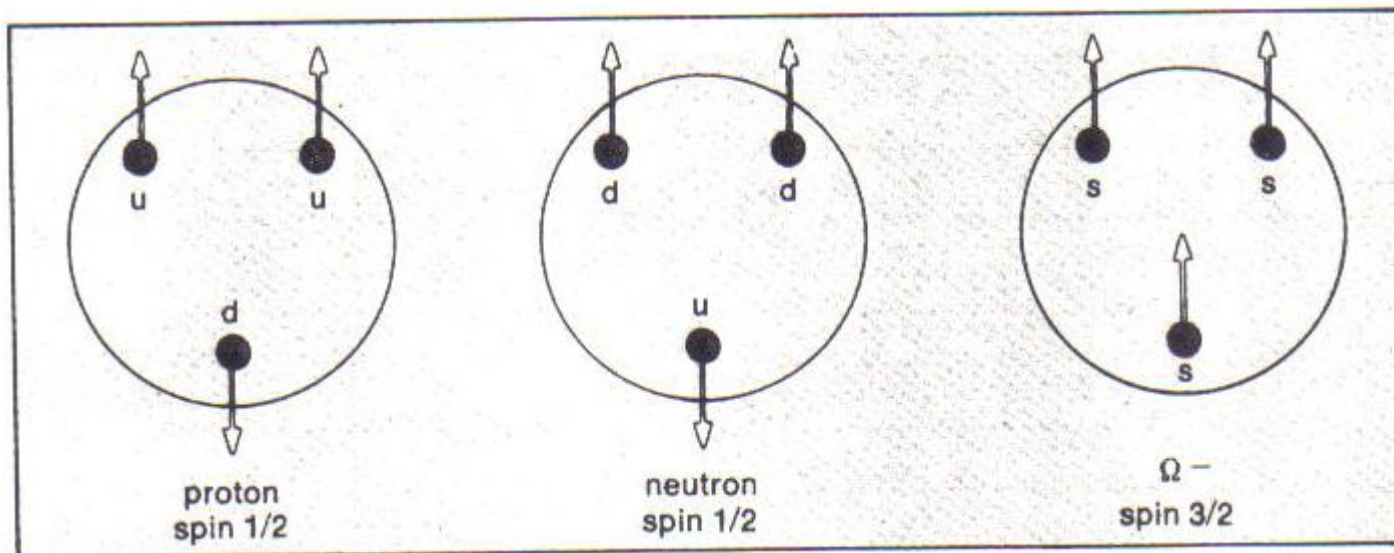
a) From ref. [9].

André Martin, Physics Letters 100B, 511 (1981).

Le passage des mésons aux baryons

$$V_{qq} = \frac{1}{2} V_{q\bar{q}}$$

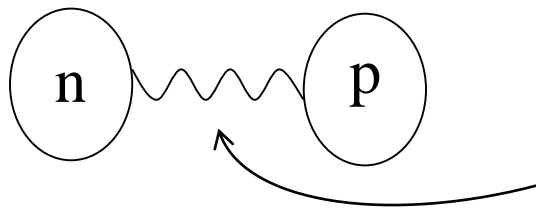




Le deuton (ou deutéron)
Physique nucléaire

Modèle de potentiel pour le deuton

Le deutérium (^2H), premier isotope de l'hydrogène, fournit au physicien nucléaire le noyau atomique le plus simple, le deuton. Formé d'un proton et d'un neutron, le deuton a été abondamment étudié depuis plusieurs décennies, mais il constitue le laboratoire privilégié d'étude de certains effets non conventionnels dans la structure des noyaux.



Interaction forte (échange d'un méson π)

Prédit par **Yukawa** en 1935

Découvert après la guerre par **Powell** et **Occhialini** (rayons cosmiques)

200 fois la masse d'un électron; médiateur de l'interaction forte comme le photon pour l'interaction électromagnétique

Expérimentalement on observe un état lié d'énergie et avec

$$E = -2.23 \text{ MeV}$$
$$l = 0$$

$$8 \times 23 = 184$$

$$12 \times 31 = 372$$

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE Nov. 1, 1934

NO. 1

On the Interaction of Elementary Particles. I. By Hiacki Yukawa

§ 1. Introduction

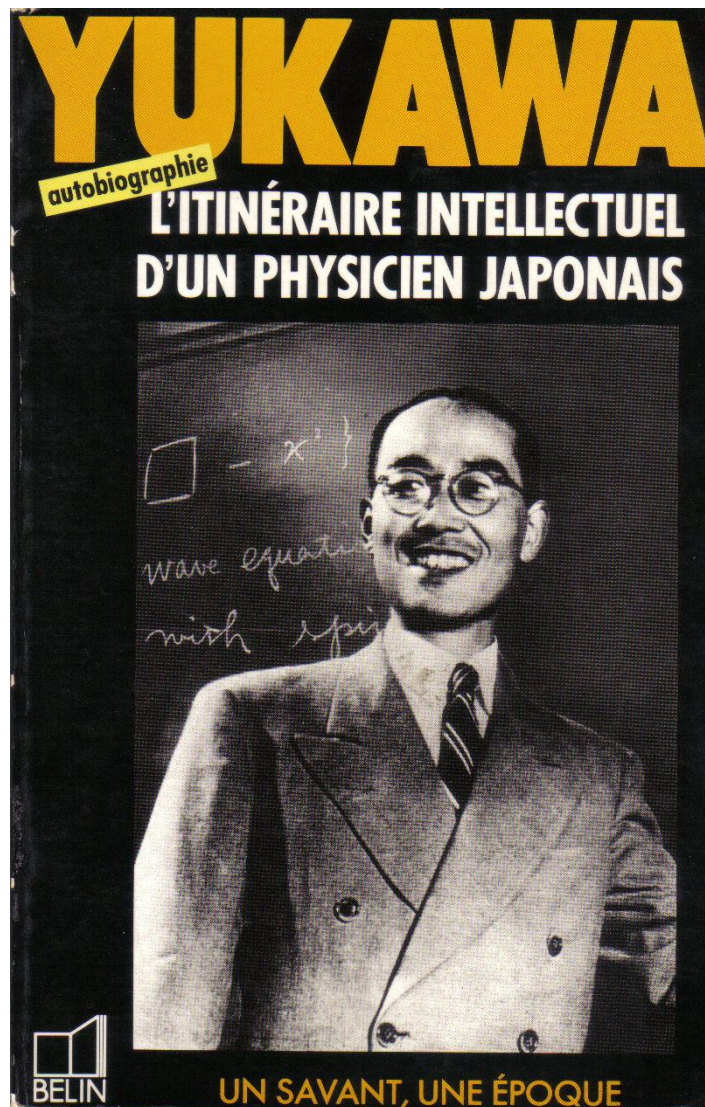
At the present stage of the quantum theory little is known about the nature of interaction between elementary particles. For example, the ^{interaction} force acting between a neutron and a proton ~~is not known~~ whether it is an ordinary attraction force or an ^{exchange} ~~exchange~~ ^{Platzwechsel} interaction first proposed by Heisenberg. Recently Fermi⁽¹⁾ has treated the problem of β -ray disintegration on the hypothesis of the existence of "neutrino". According to this theory a neutron and a proton can interact by emitting and absorbing a neutrino and an electron. Unfortunately the energy of interaction calculated on this such assumption⁽²⁾ is much too small to account for the binding of neutrons and protons in the nucleus. To remove this defect we ^{may} ~~can~~ ^{have to} modify the theory of Heisenberg or Fermi in the following way.

The transition of a heavy particle from a neutron state to a proton state is not always accompanied

⁽¹⁾ E. Fermi, Zets. f. Phys. 88, 161, (1934).

⁽²⁾ J. J. Thomson, Nature, 133, 981 (1934); D. Ivanenko, ibid., 981 (1934).

Brouillon de l'article de
Yukawa sur le méson π



Article XVII

La prédiction du méson

De l'interaction des particules élémentaires

HIDEKI YUKAWA

Proceedings of Physical Mathematical Society of Japan **17**, 48-57 (1935)

(reçu le 30 Novembre 1934)

[traduit par B. Escoubès]

1. Introduction

Dans l'état actuel de la théorie quantique, l'on connaît peu de choses au sujet de la nature de l'interaction des particules élémentaires. Heisenberg considérait que l'interaction du type " Platzwechsel " (échange de places) entre le neutron et le proton jouait un rôle important pour la structure nucléaire¹.

Récemment, Fermi traita le problème de la désintégration β à l'aide de l'hypothèse du " neutrino " ². Suivant cette théorie, le neutron et le proton interagissent en émettant et en absorbant une paire neutrino-électron. Malheureusement, l'énergie d'interaction calculée à partir de cette hypothèse est beaucoup trop petite pour rendre compte de l'énergie de liaison des neutrons et des protons dans le noyau³.

Pour éliminer ce défaut, il paraît naturel de modifier la théorie de Heisenberg et de Fermi de la manière suivante. La transition d'une particule lourde d'un état de neutron à un état de proton n'est pas toujours accompagnée de l'émission de particules légères, c'est-à-dire d'un électron et d'un neutrino, mais l'énergie libérée par cette transition est parfois absorbée par une autre particule lourde, qui à son tour sera transformée d'un état proton en un état neutron. Si la probabilité que se produise ce deuxième processus est beaucoup plus grande que la probabilité du premier, l'interaction entre le neutron et le proton sera beaucoup plus grande que dans le cas de Fermi, alors que la probabilité d'émission de particules légères ne sera pratiquement pas affectée.

Mais ce genre d'interaction entre des particules élémentaires peut être décrite à l'aide d'un champ de force, de la même manière que l'interaction entre des particules chargées se décrit à l'aide du champ électromagnétique. Les considérations qui précèdent

¹ W. Heisenberg, *Zeit. f. Phys.*, **77**, 1 (1932) ; **78**, 156 (1932) ; **80**, 587 (1933). Nous noterons le premier de ces articles I.

² E. Fermi, *ibid*, **88**, 161 (1934).

³ Ig. Tamm, *Nature* **133**, 981 (1934) ; D. Iwanenko, *ibid*. 981 (1934).

Histoire des sciences

Sources et évolution de la physique quantique

Textes fondateurs

José LEITE LOPES
Bruno ESCOUBÈS

Préface de Jean-Marc LÉVY-LEBLOND

Soit le potentiel (en fait l'énergie potentielle) phénoménologique de Yukawa

$$U(r) = -Ae^{-r/a} \quad (1)$$

$$m_n \simeq m_p = m \quad (2)$$

$$\mu^{-1} = m_p^{-1} + m_n^{-1} \Rightarrow \mu = m/2 \quad (3)$$

Si on pose $R(r) = \chi(r)/r$ et on fait $l = 0$ dans l'équation radiale de Schrödinger on obtient

$$\frac{d^2\chi}{dr^2} + \frac{2\mu}{\hbar^2}(E - U(r))\chi = 0 \quad (4)$$

Pour résoudre cette équation on effectue le changement de variable $y = e^{-r/2a}$. L'équation ci dessus devient:

$$\frac{d^2\chi}{dy^2} + \frac{1}{y} \frac{d\chi}{dy} + \left(\tilde{c}^2 - \frac{q^2}{y^2} \right) \chi = 0 \quad (5)$$

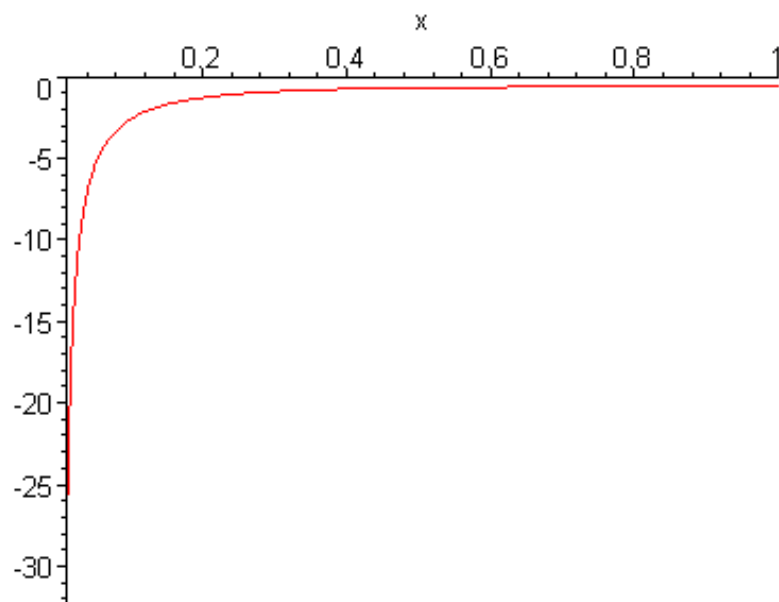
avec $\tilde{c}^2 = \frac{8\mu}{\hbar^2}Aa^2$ et $q^2 = -\frac{8\mu}{\hbar^2}Ea^2 > 0$ car $E < 0$. Pour obtenir cette équation on a utilisé $\frac{d\chi}{dr} = \frac{dy}{dr} \frac{d\chi}{dy}$ et $\frac{d^2\chi}{dr^2} = \frac{d}{dr} \left\{ \left(\frac{d\chi}{dy} \right) \frac{dy}{dr} \right\} = \left(\frac{dy}{dr} \right)^2 \frac{d^2\chi}{dy^2} + \frac{d\chi}{dy} \frac{d^2y}{dr^2}$. Cette dernière équation est équivalente à l'équation différentielle des fonctions de Bessel de première espèce $J_{\pm\nu}(z)$

$$z^2 \frac{d^2 J_{\pm\nu}}{dz^2} + z \frac{dJ_{\pm\nu}}{dz} + (z^2 - \nu^2) J_{\pm\nu} = 0 \quad (6)$$

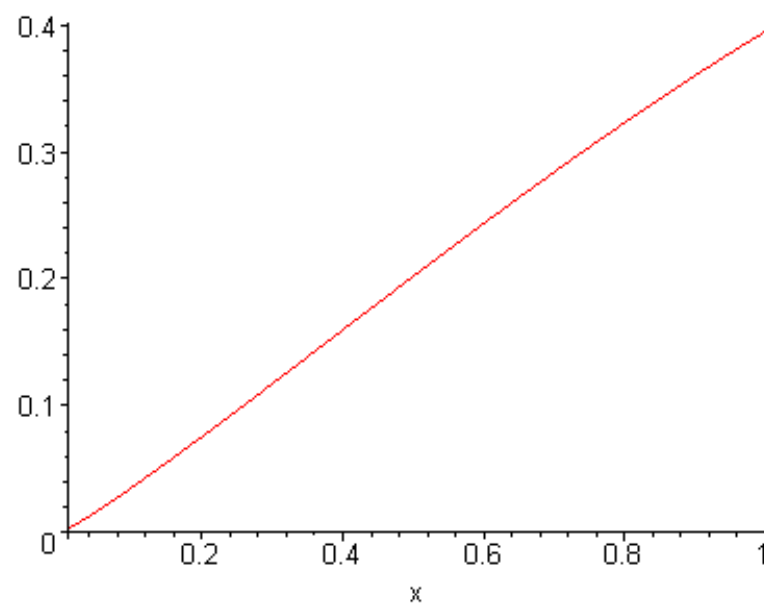
avec $z = \tilde{c}y$ et $q^2 = \nu^2$. La solution générale s'écrit $\chi = \alpha_1 J_q(\tilde{c}y) + \alpha_2 J_{-q}(\tilde{c}y)$.

La fonction d'onde d'un état lié doit vérifier $\lim_{r \rightarrow \infty} \chi(r) = 0$. On a $y \rightarrow 0$ quand $r \rightarrow \infty$. Comme pour q réel on a $\lim_{y \rightarrow 0} J_{-q}(y) = \pm\infty$ et $\lim_{y \rightarrow 0} J_{+q}(y) = 0$ on doit avoir $\alpha_2 = 0$.

pour q réel on a $\lim_{y \rightarrow 0} J_{-q}(y) = \pm\infty$ et $\lim_{y \rightarrow 0} J_{+q}(y) = 0$



$J_{-1.1}(x)$



$J_{1.1}(x)$

D'ou:

$$R(r) = \frac{\alpha_1}{r} J_q(\tilde{c}e^{-r/2a}) \quad (7)$$

Nous voulons décrire un état s . Il faut donc que la limite quand $r \longrightarrow 0$ existe et soit finie. Mathématiquement cela se traduit par

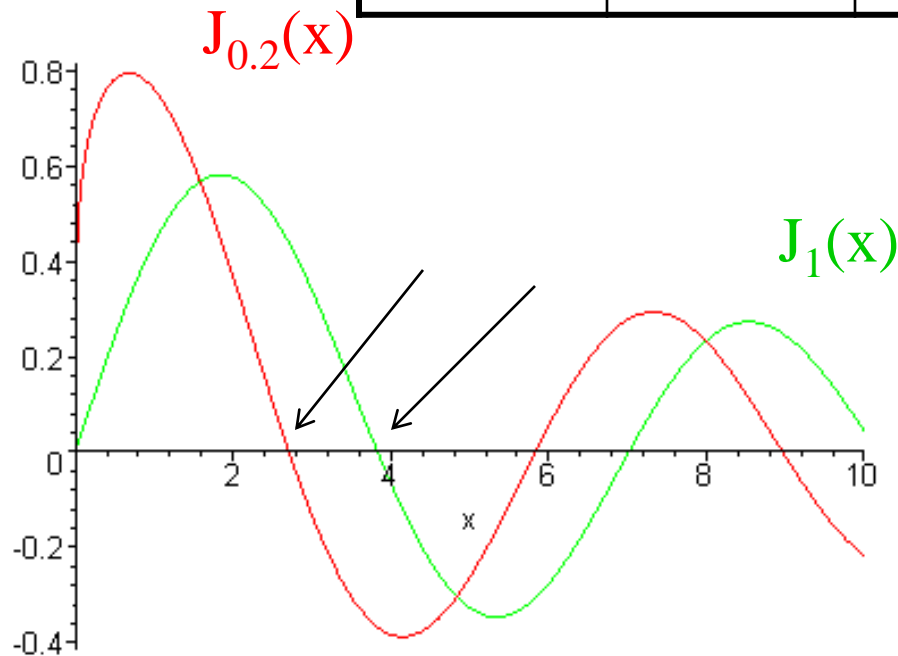
$$J_q(\tilde{c}) = 0 \quad (8)$$

avec $q^2 = \frac{8\mu c^2}{\hbar^2 c^2} |E| a^2$. Comme $\hbar c = 197 \text{ MeV.fm}$ et $\mu c^2 = \frac{m_p c^2}{2} = \frac{940}{2} \text{ MeV}$ on a $q = 0.458a$ avec a exprimé en Fermi et $A = 2.23\tilde{c}^2/q^2$ exprimé en MeV.

$$R(r) = \frac{0.7400}{r} J_1(3.832e^{-r/4.360}) \quad (9)$$

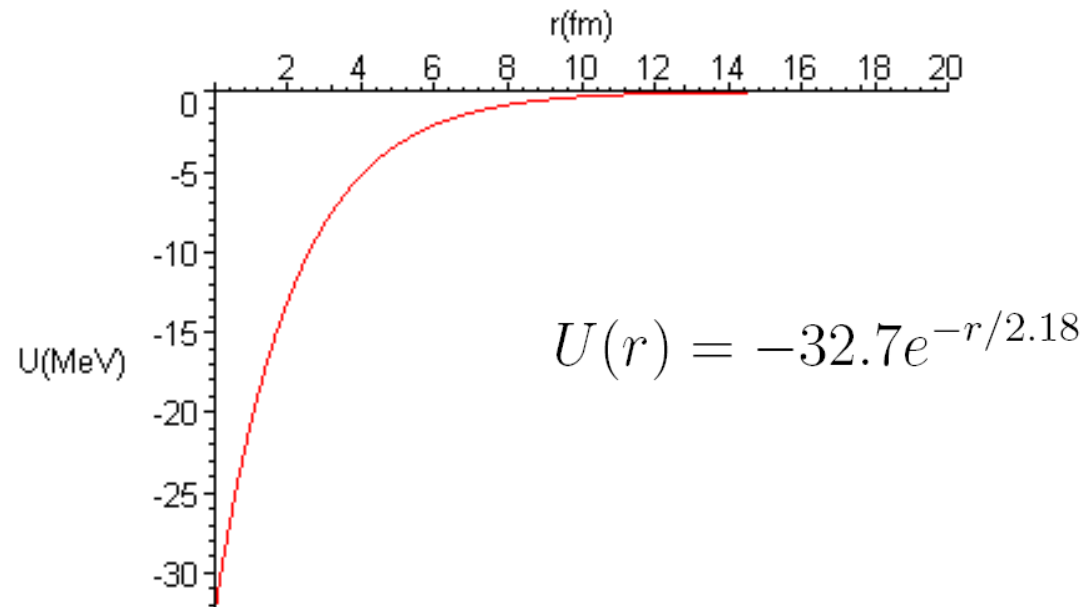
$$U(r) = -32.7e^{-r/2.18} \quad (10)$$

q	a (fm)	\tilde{c}	A (MeV)
0.2	0.436	2.707	405
0.4	0.873	2.999	125
...			
0.9	1.963	3.696	37.5
1.0	2.180	3.832	32.7

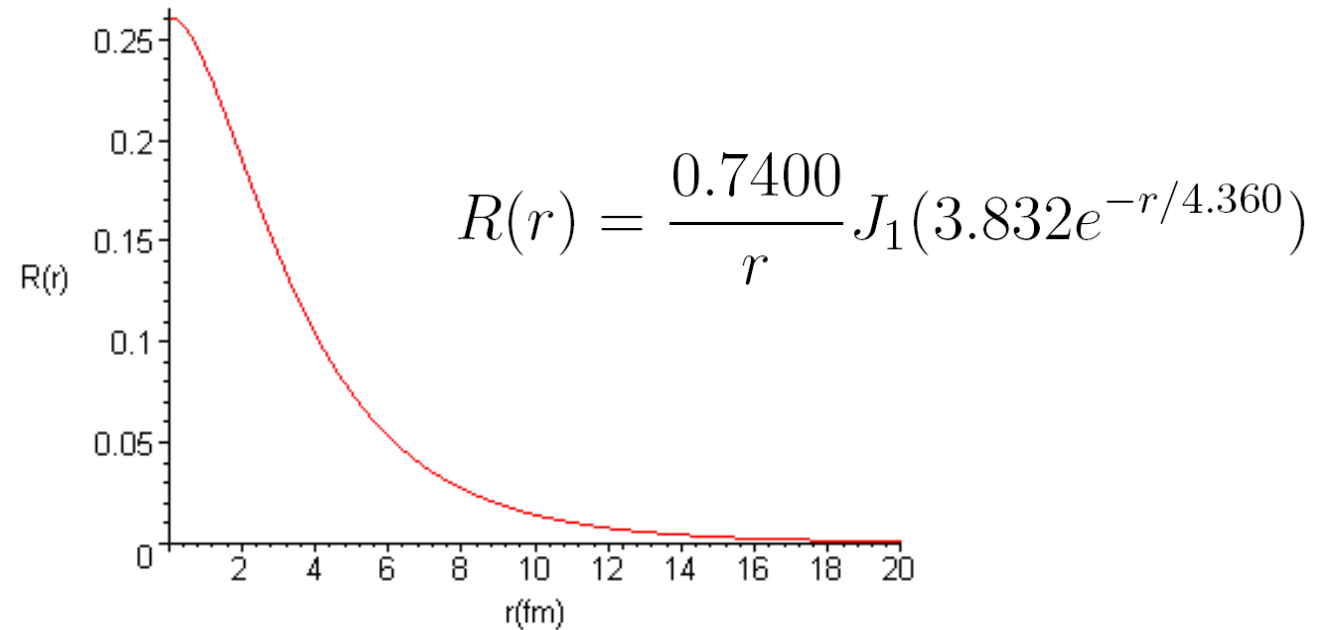


$$J_q(\tilde{c}) = 0$$

Potentiel de Yukawa



Fonction d'onde du deuteron



Le protonium se dévoile

ANTIMATIÈRE

En analysant d'anciennes données, une équipe internationale a montré qu'elle avait produit des « atomes » composés de matière et d'antimatière... quelques années auparavant [1] !

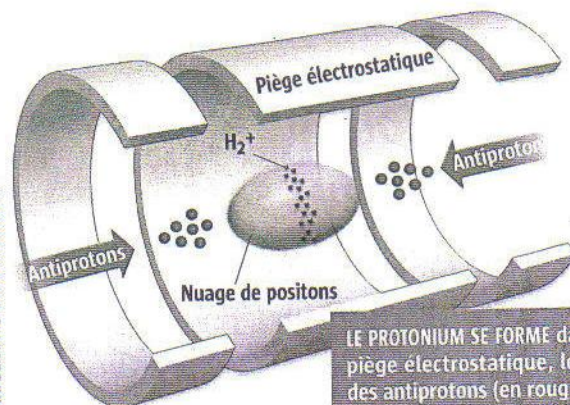
C'est dans les vieux pots qu'on fait la meilleure soupe, dit le proverbe. En science, c'est parfois en se replongeant dans les anciennes expériences qu'on fait de jolies découvertes ! Une équipe internationale vient de montrer qu'une entité, composée d'un proton et d'un antiproton, s'était formée quelques années plus tôt au CERN, à Genève, lorsque la collaboration « Athena » travaillait à produire un grand nombre d'atomes d'antihydrogène [2]. En analysant ces données vieilles de plus de trois ans, ils se sont aperçus que quelques antihydrogènes s'étaient formés à des endroits non prévus. Et s'il ne s'agissait pas d'antihydrogène ?

L'histoire commence fin 2002. La collaboration Athena annonce alors la production de 50 000 atomes d'antihydrogène, constitués d'un antiproton et d'un antiélectron (ou positon). Le but est de for-

mer un grand nombre de ces atomes d'antimatière afin de pouvoir étudier leurs propriétés, et éventuellement détecter des différences entre matière et antimatière. Mais, à l'époque, le CERN est surtout préoccupé par la construction de son grand accélérateur, le LHC, qui monopolise les ressources. L'accès aux faisceaux d'antiprotons est rationné, y compris pour les expériences sur l'antimatière. Que faire alors, si ce n'est analyser à nouveau les données pour essayer d'en tirer le maximum d'informations ? C'est ce qui a abouti aujourd'hui à la découverte du protonium.

« Dans l'expérience Athena, les antihydrogènes sont fabriqués en faisant s'entrechoquer des antiprotons et des antiélectrons dans un vide très poussé, explique Patrice Perez, du Commissariat à l'énergie atomique. Mais le vide dans lequel se déroulent ces expériences n'est jamais parfait : il reste notamment quelques molécules d'hydrogène, les plus difficiles à éliminer. Or, lorsqu'un antiproton rencontre l'une de ces molécules (en fait un ion H_2^+), une pseudo-réaction chimique se produit, formant un « atome » constitué d'un proton et d'un antiproton, appelé protonium. »

© INFOGRAPHIE : BRUNO BOURGEOIS



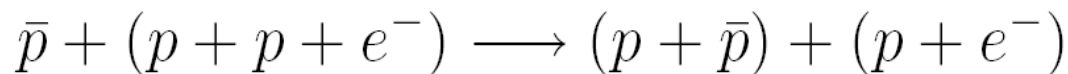
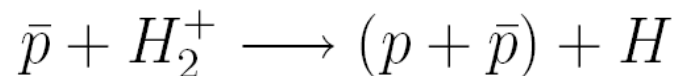
LE PROTONIUM SE FORME dans un piège électrostatique, lorsque des antiprotons (en rouge) sont ralentis par un nuage de positons et qu'ils réagissent « chimiquement » avec des molécules d'hydrogène ionisées (en bleu).

L'intérêt n'est pas que théorique : étudier le protonium pourrait permettre de mesurer précisément la masse de l'antiproton, et de détecter une différence avec celle du proton. Mais cette méthode de production ne semble pas la plus adaptée. En effet, « une équipe japonaise vient de proposer une nouvelle expérience pour produire une

grande quantité de protonium, et ils ont décrit en détail comment l'étudier », note Patrice Perez. ■ Cécile Michaut

[1] N. Zurlo et al., *Phys. Rev. Lett.*, 97, 153401, 2006.

[2] C. Michaut, « L'usine à antimatière », *La Recherche*, février 2003, p. 60.



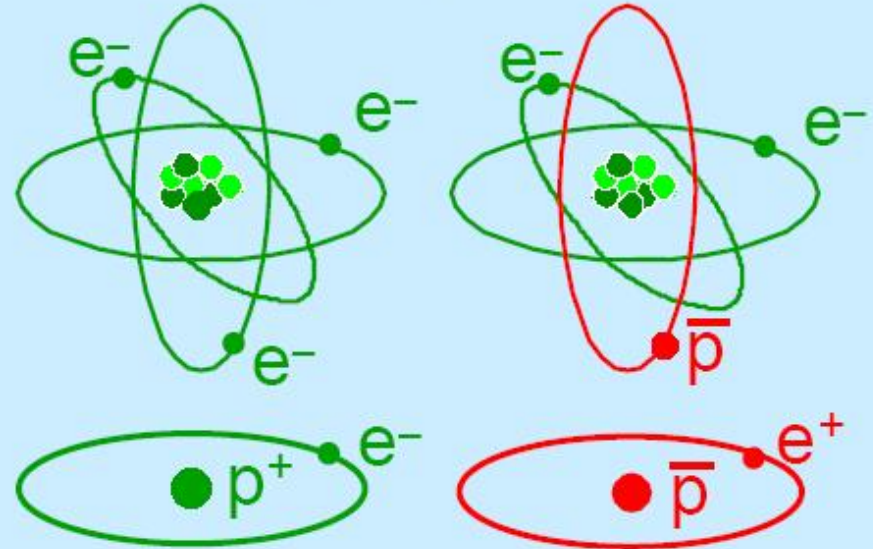
La recherche Décembre 2006

(1) Les anti-atomes
Physique atomique

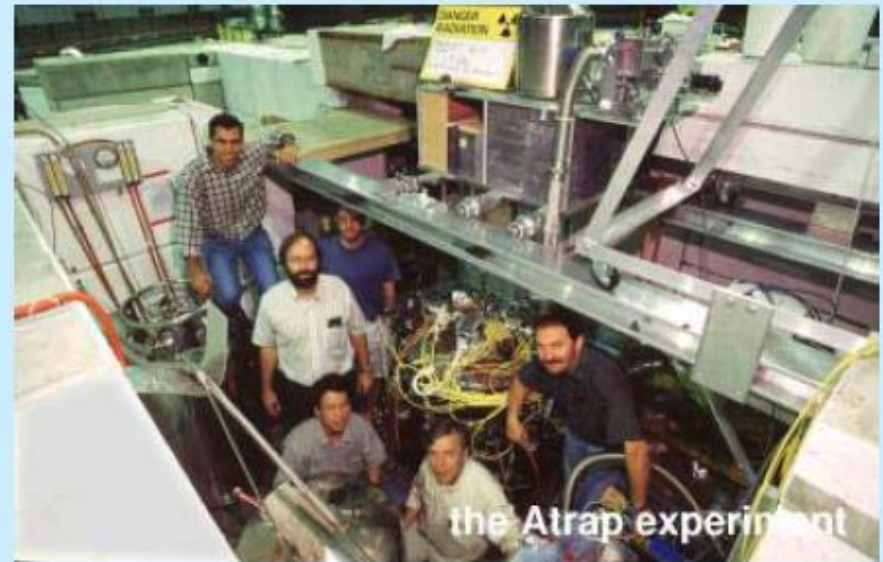
Les antiatomes

Un sujet d'étude pour les physiciens

En remplaçant un électron
par un antiproton : 1990...



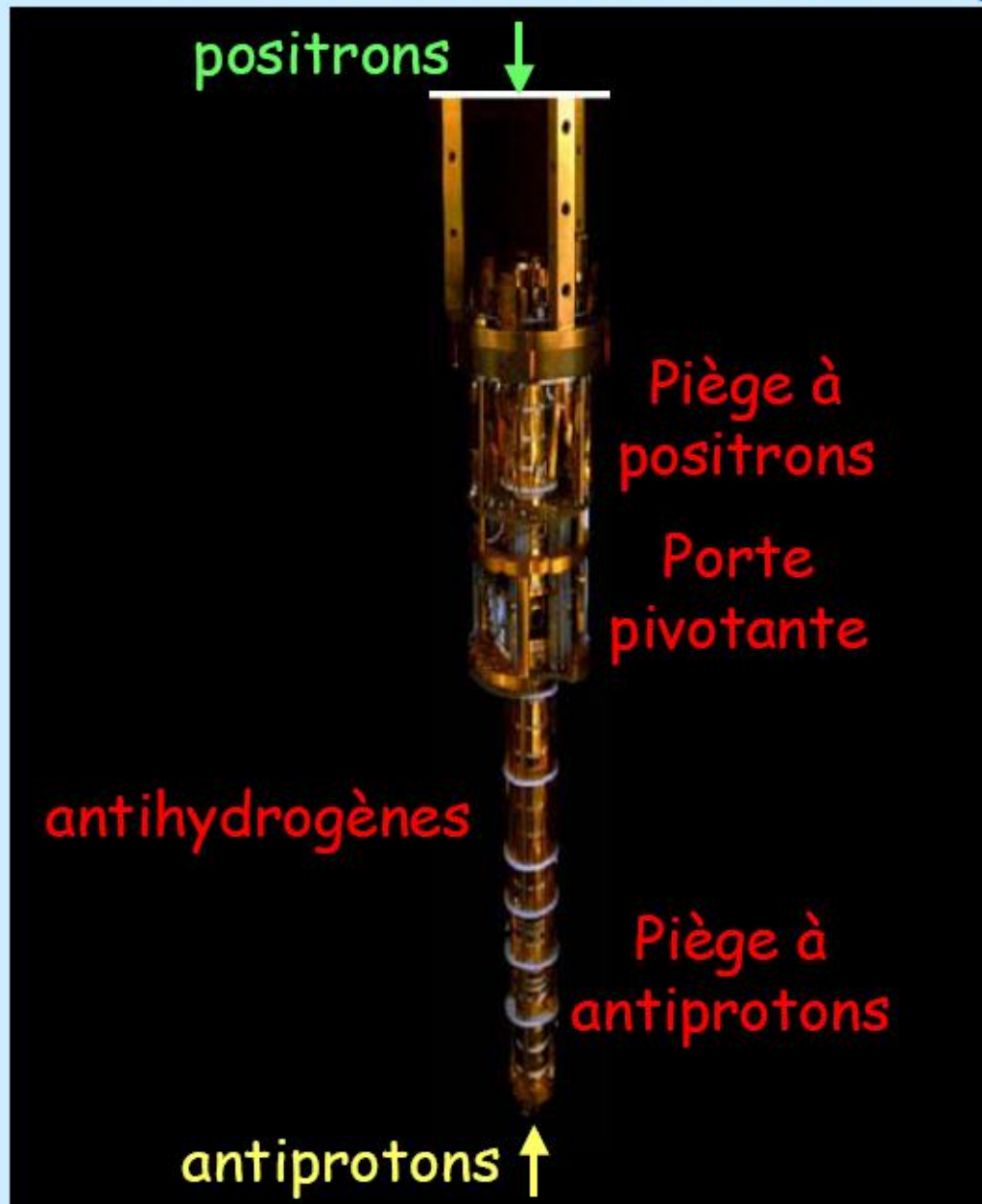
En fabriquant des antiatomes
d'hydrogène : 1995-2002...



À la découverte de l'antimatière

1932	} 23 ans	e^+	Rayons cosmiques
1955		\bar{p}	Berkeley (USA)
1956		\bar{n}	Berkeley (USA)
Antinoyaux			
1965	} 26 ans	Anti-deuton $\rightarrow \overline{{}^2\text{H}}$ ($\bar{p} + \bar{n}$)	Brookhaven (USA)
1970		$\overline{{}^3\text{He}}$ ($2 \bar{p} + \bar{n}$)	Serpukhov (URSS)
		$\overline{{}^3\text{H}}$ ($\bar{p} + 2 \bar{n}$)	CERN (Europe)
Antiatomes			
1996	}	antihydrogène ($\bar{p} \oplus e^+$) rapide	CERN (Europe)
2002		antihydrogène ($\bar{p} \oplus e^+$) au repos	CERN (Europe)

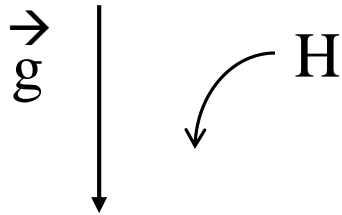
La bouteille à antihydrogènes



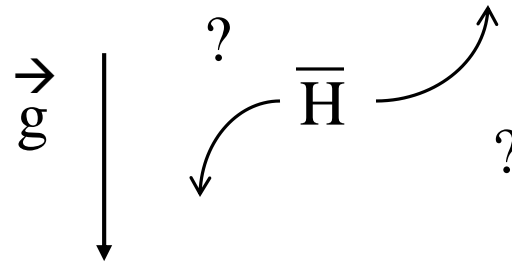
Pièges emboîtés de
la Collaboration ATRAP

On va donc pouvoir comparer
leurs propriétés à celles de l'hydrogène
dans les *années qui viennent...*

Spectres, comportement vis à vis de la *gravité*...



Matière



Anti-Matière

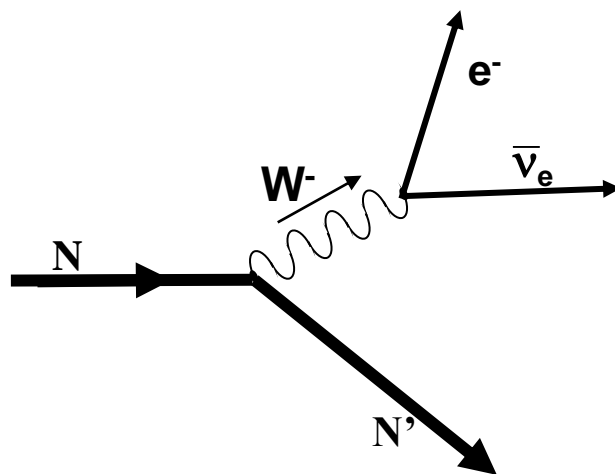
Madame WU !



29 MAY 1912 • 16 FEBRUARY 1997

(2) Violation de la parité

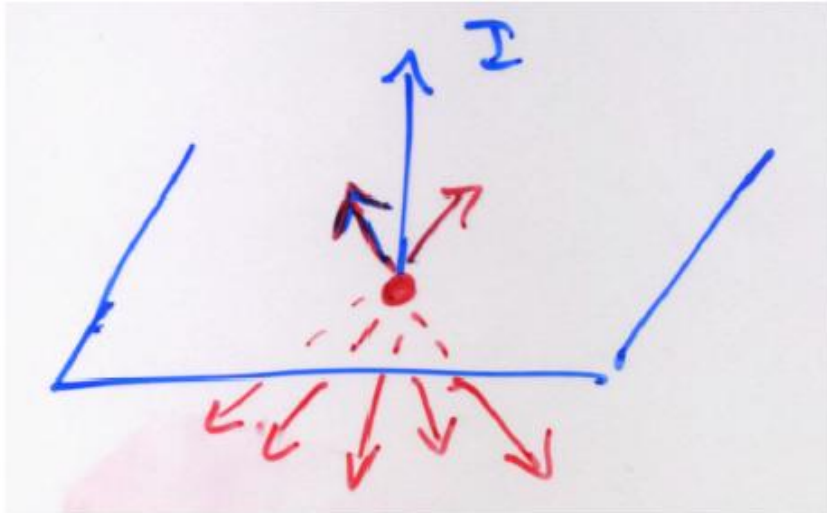
Physique atomique/Physique des Particules



Violation de la parité

la parité n'est pas conservée par interaction faible (Lee et Yang)

⇒ expérience (Wu) $^{60}\text{Co} \rightarrow ^{60}\text{Ni} + e^- + \bar{\nu}_e$

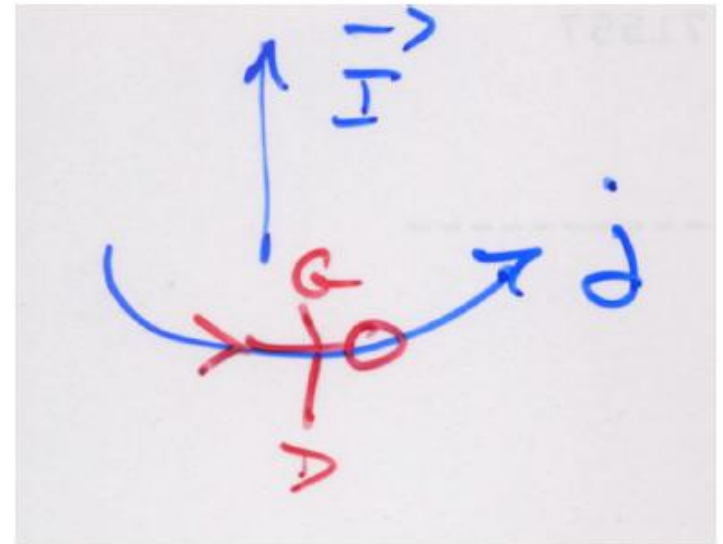


résultat expérimental :
nombre d' e^- inégal en z et $-z$

⇒ p non conservé

Autre formulation

∃ une expérience de physique qui distingue gauche et droite, la droite du bonhomme d'Ampère est le côté du maximum d' e^- du ^{60}Co

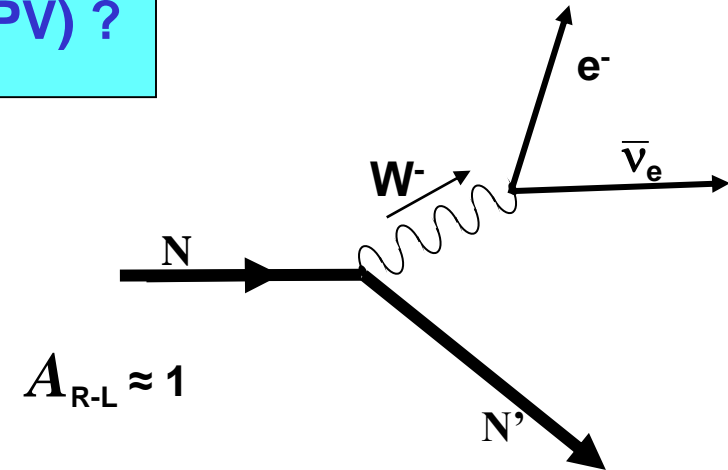


Brisure de symétrie ...

Why measure Atomic Parity Violation (APV) ?

- **Parity Violation**: specific of **weak interactions**
- 1st observation (C.S. Wu, 1956) in β decay

(exchange of **W^+ / W^- bosons**)



$$A_{R-L} \approx 1$$

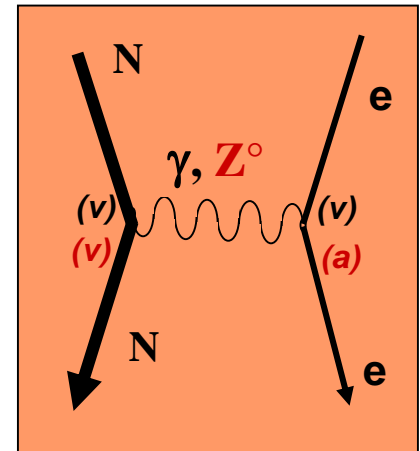
- In the stable atom:

- ➔ exchange of neutral **Z^0 bosons**

(" **weak neutral current** interactions ")

➔ **extra term** in the atom's hamiltonian

$$\delta_{pv}, A_{R-L} \ll \dots \ll 1!$$



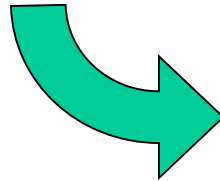
$$V = V_{em} + V_{pv} = \frac{-Ze^2}{r_e} + \frac{Q_w g^2}{2r_e} \exp(-M_{z^0} cr_e / \hbar) \left(\frac{\vec{\sigma}_e \cdot \vec{p}_e}{m_e c} \right)$$

➔ **Mixing** of **opposite parity** states : $|\underline{\pm}\rangle = |+\rangle + i\delta_{pv} |-\rangle,$

The consequence of **APV**: forbidden transitionsare not strictly forbidden

Weak charge

$$V_{pv} = \frac{Q_w}{2} \frac{g^2}{r_e} \exp(-M_{z^0} c r_e / \hbar) \left(\frac{\vec{\sigma}_e \cdot \vec{p}_e}{m_e c} \right)$$



only S-P **mixing**: $|\underline{nS}\rangle = |nS\rangle + i\delta_{pv} |n'P\rangle$

→ Selection rules ($\langle nS | \mathbf{d} | n'S \rangle = 0$) are **violated**...

in cesium, $\langle \underline{6S} | \mathbf{d} | \underline{7S} \rangle = i E_1^{pv} \vec{\sigma}_e \approx (-i) 0,8 \cdot 10^{-11} |e| a_0 \vec{\sigma}_e$

Cesium = the heaviest (stable) alkali: Z=55

the expected APV dipole moment is not too small (Z^3 law)

calculations have reached the 0.5% accuracy level (and may still improve to 0.1%)

→ **Cs** = best choice for stable alkalis:

Systèmes hydrogénoïdes comprenant un électron

A) Systèmes électriquement neutres

- Isotopes lourds de l'hydrogène
- Muonium (μ^+e^-)
- Positronium (e^+e^-)
- Atomes alcalins (Li, Na, K...)
- Physique du solide (excitons)

B) Systèmes chargés

- Ions hydrogénoïdes (He^+ , U^{91+} ...)

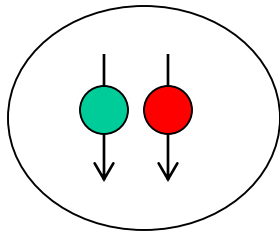
Positronium

Le **positronium** est un système quasi-stable constitué d'un positron et d'un électron formant ensemble un « *atome exotique* ». Son ensemble de niveaux d'énergie est similaire à celui de l'atome d'hydrogène, constitué d'un électron et d'un proton (voir hydrogénoïde).

Le **positronium**, comme l'hydrogène, existe en différentes configurations, son état fondamental pouvant être un *singulet* de spins *antiparallèles* ($S = 0$) désigné sous le nom de *parapositronium*. L'autre cas est un *triplet* de spins *parallèles* ($S = 1$) désigné sous le nom d'*orthopositronium*.

$$\mu^{-1} = m_1^{-1} + m_2^{-1} \Rightarrow \mu = m_e/2 \quad \mu^H = m_e$$

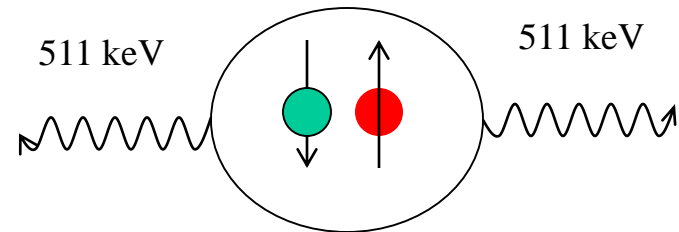
$$a_0 = 2a_0^H \sim 1.06 \text{ \AA}$$



Orthopositronium ($S=1$)

se désintègre en un nombre impair de photons

$$\tau_3 = 1.4 \times 10^{-7} \text{ s}$$



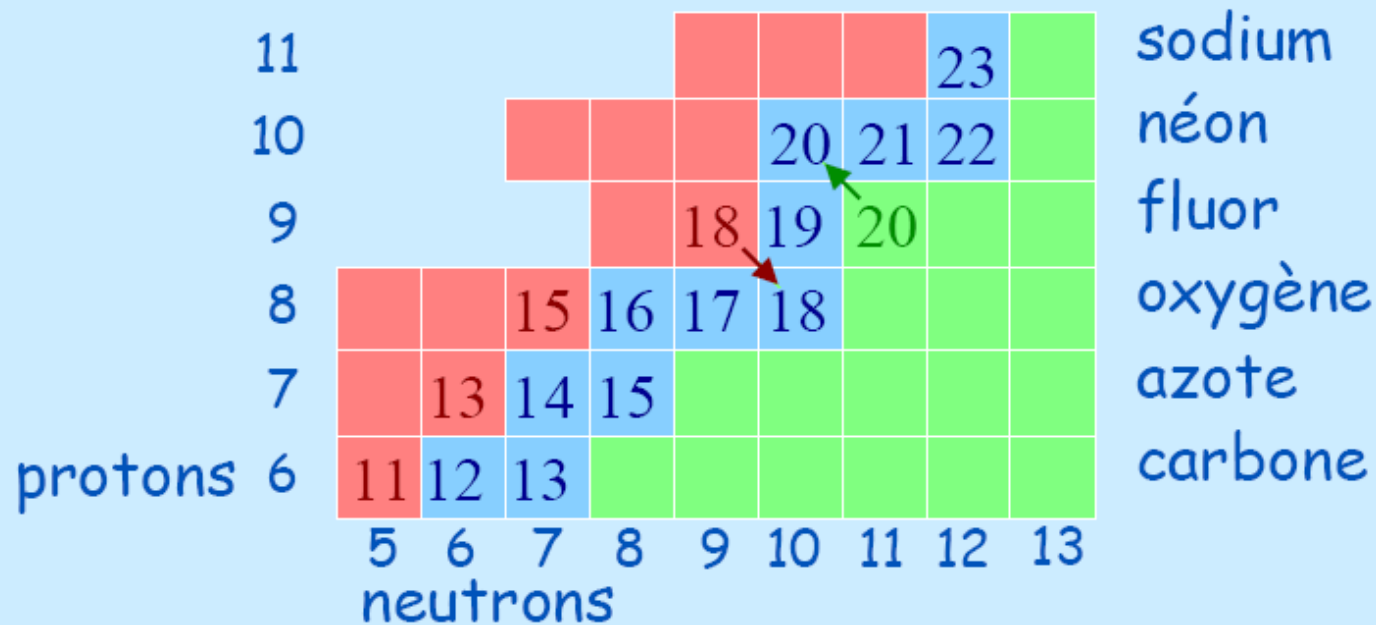
Parapositronium ($S=0$)


se désintègre en un nombre pair de photons


$$\tau_2 = 1.25 \times 10^{-10} \text{ s}$$

Tomographie par émission de positron (TEP)

De l'antimatière dans la radioactivité



β^-  neutron \rightarrow proton + électron e^- + antineutrino

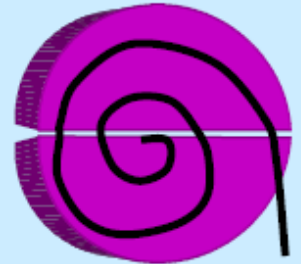
β^+  proton \rightarrow neutron + positron e^+ + neutrino

Principe de l'imagerie médicale

Production d'isotopes radioactifs
avec un cyclotron

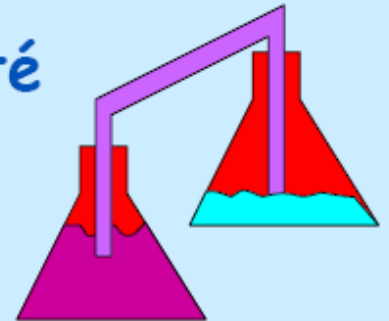
^{11}C ^{13}N ^{15}O ^{18}F ^{55}Co ^{76}Br

Qui ont des demi-vies de quelques heures



Préparation d'un composé chimique adapté

Exemple : Fluoro Deoxy Glucose avec ^{18}F
(demi-vie 110 minutes)



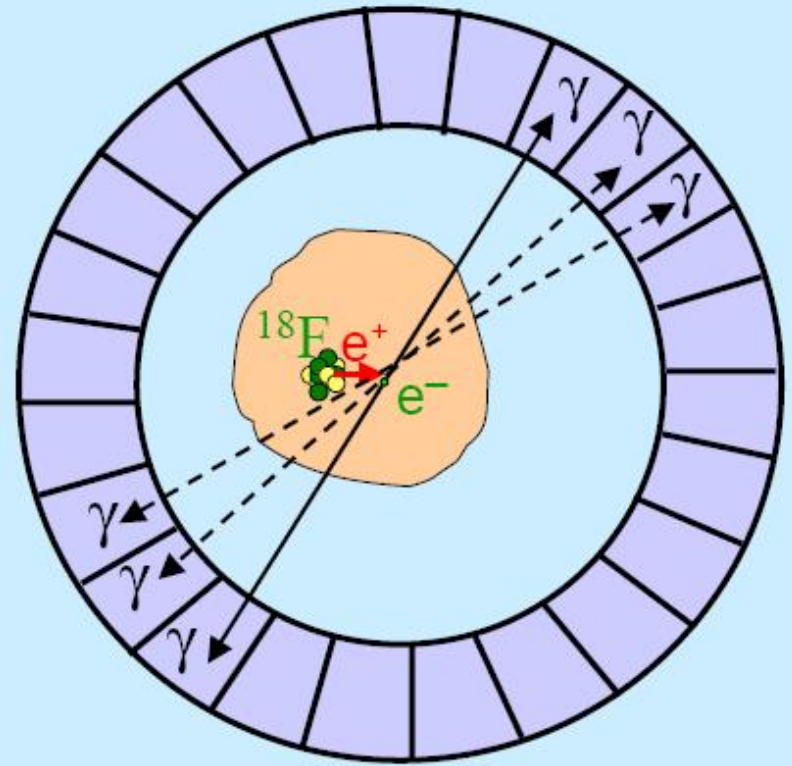
Injection du composé radioactif
par voie intraveineuse



La tomographie par émission de positrons



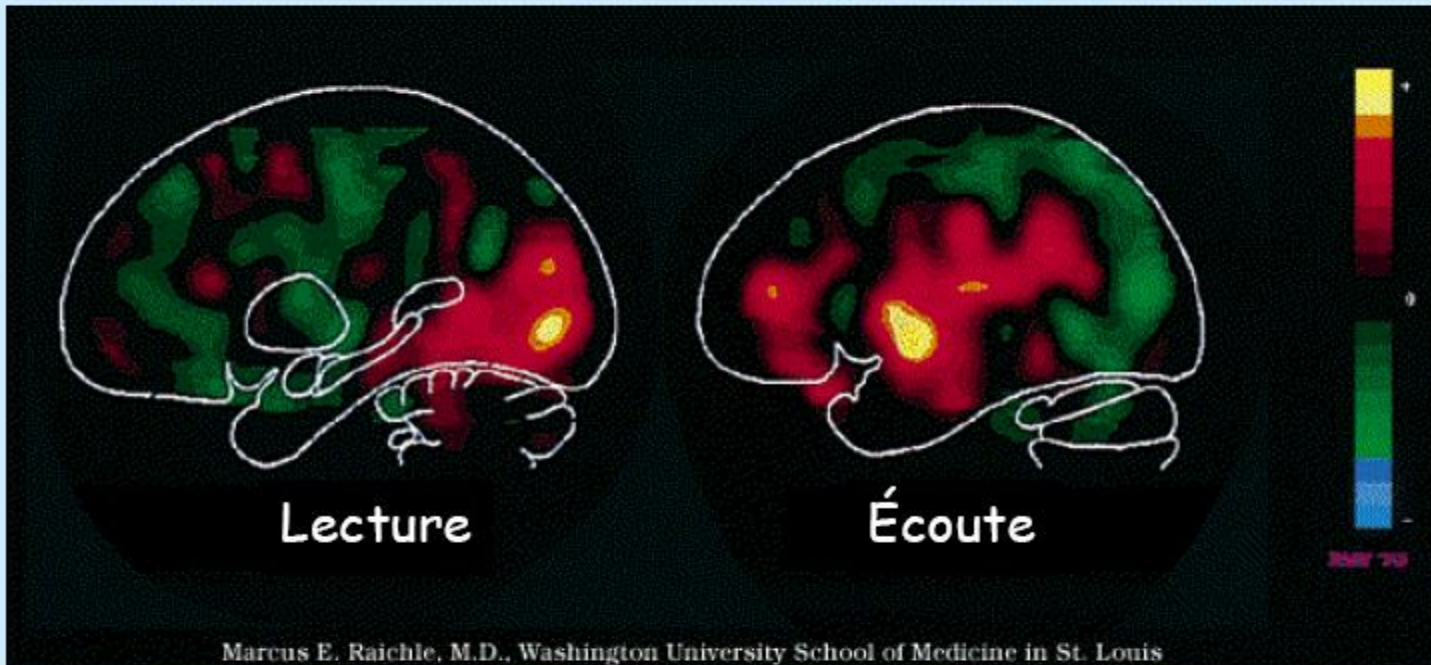
Prototype développé au CEA
en 1983 (LETI- CEA)



$e^+ + e^- \rightarrow 2\gamma$ de 511 keV dos à dos

Couronne de détecteurs
+ coïncidence

Étude du fonctionnement du cerveau

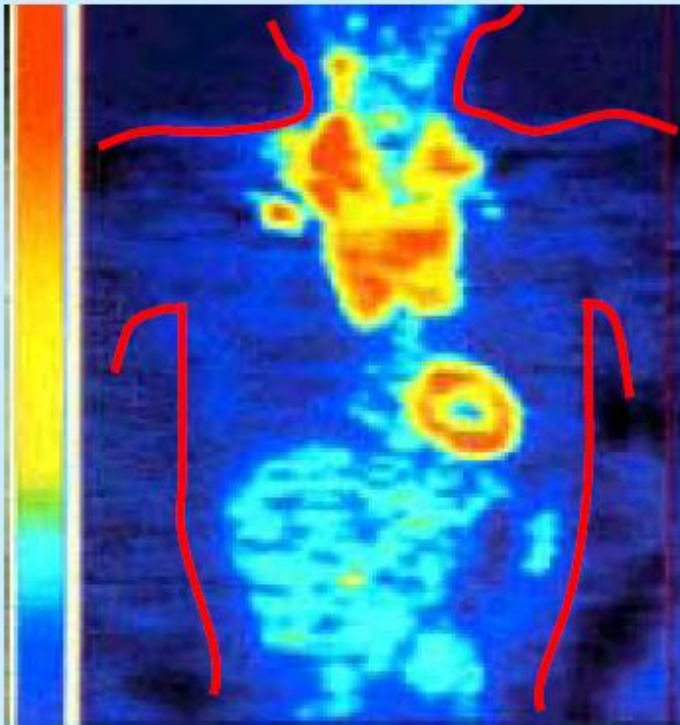


La lecture et l'écoute ne font pas travailler
les mêmes zones du cerveau

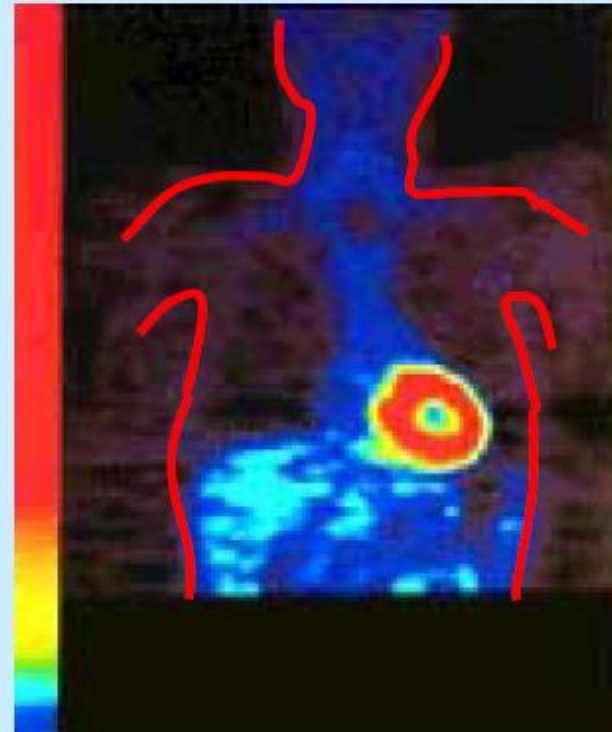
Détection de tumeurs cancéreuses

Maladie de Hodgkin chez un homme de 35 ans

Photos Iowa P.E.T. Imaging Center



Avant traitement



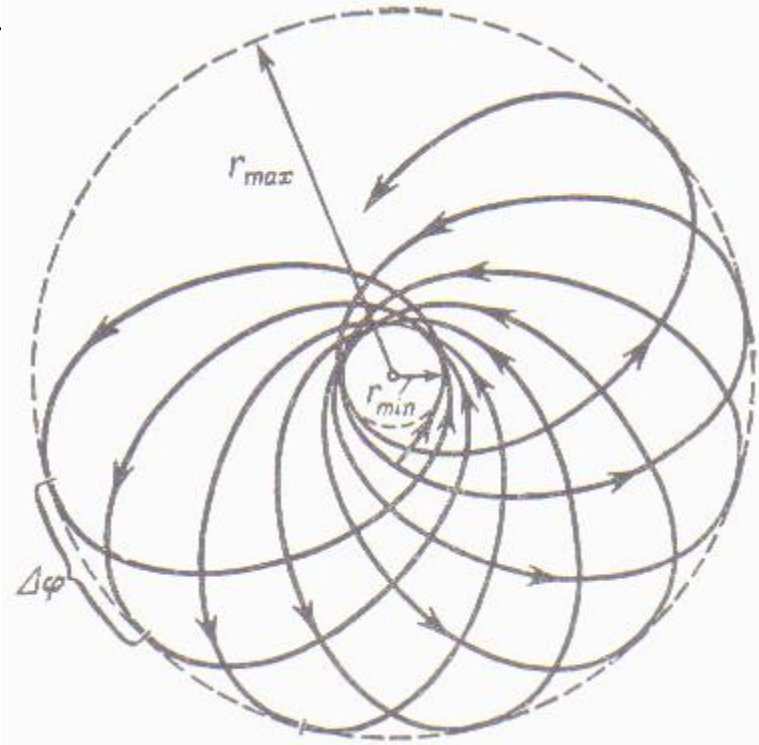
Un mois après la fin
de la chimiothérapie

L'approche de Pauli du problème coulombien



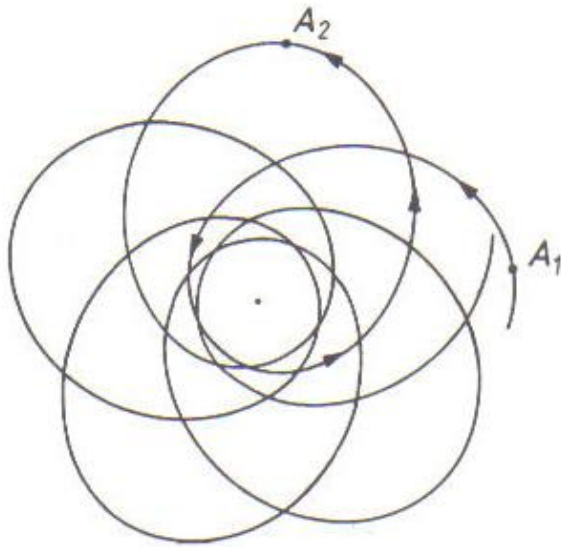
(1926)

Théorème de **Bertrand** (1822-1900)



Il n'existe que deux types de champs centraux pour lesquels toutes les trajectoires de mouvements finis sont fermées. Ce sont les champs où l'énergie potentielle de la particule est proportionnelle à $1/r$ ou à r^2

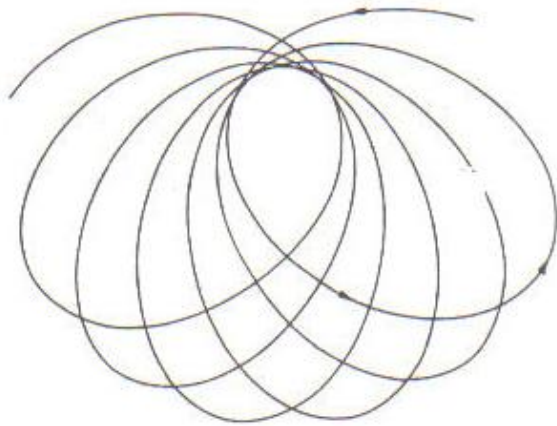
On fixe $E (< 0)$ et l
deux constantes du mouvement



$\alpha = 1.3$ et $b = 1.5$ (rosette)

$$U(r) = -\frac{a}{r^\alpha}$$

$$b = \frac{a}{-E} \left(\frac{\sqrt{-\mu E}}{l} \right)^\alpha$$



$\alpha = 0.9$ et $b = 2$ (rosette)

L'approche de **Pauli** du problème coulombien

Hamiltonien du système: $H_0 = \frac{\vec{P}^2}{2\mu} - \frac{\kappa}{R} \quad \kappa = q^2/4\pi\epsilon_0$

Quantités classiques \longrightarrow Quantités quantiques

$$\vec{l} = \vec{r} \times \vec{p} \longrightarrow \vec{L} = \vec{R} \times \vec{P}$$

$$\vec{m} = \frac{1}{\mu} \vec{p} \times \vec{l} - \kappa \frac{\vec{r}}{r} \longrightarrow \vec{M} = \frac{1}{2\mu} (\vec{P} \times \vec{L} - \vec{L} \times \vec{P}) - \kappa \frac{\vec{R}}{R}.$$

Vecteur de **Runge-Lenz**

En mécanique classique, en plus de l'énergie et du moment angulaire, le vecteur de Runge-Lenz est une constante du mouvement. Ceci est spécifique au problème coulombien.

$$\Rightarrow \frac{dE}{dt} = 0; \frac{dl_i}{dt} = 0; \frac{dm_i}{dt} = 0$$

(dans la suite, pour simplifier, pas de chapeau sur les opérateurs mais des lettres capitales)

Relations de commutation

$$[L_i, L_j] = i\hbar \epsilon_{ijk} L_k,$$

$$[L_i, M_j] = i\hbar \epsilon_{ijk} M_k,$$

$$[M_i, M_j] = \left(\frac{-2H_0}{\mu} \right) i\hbar \epsilon_{ijk} L_k.$$

Relations importantes

$$\vec{L} \cdot \vec{M} = \vec{M} \cdot \vec{L} = 0,$$

$$\vec{M}^2 = \left(\frac{2H_0}{\mu} \right) (\vec{L}^2 + \hbar^2) + \kappa^2.$$

remarque : $1/\sqrt{\hat{H}}$ est une fonction de l'opérateur \hat{H} . Cette fonction n'est pas développable en série entière, mais cela ne pose pas de problème. Il y a (principalement) deux façons de définir une fonction d'un opérateur ($g(\hat{Q})$ dans le cas général).

- soit la fonction $g(x)$ est développable en série entière : $g(x) = \sum a_n x^n$. Dans ce cas la fonction de l'opérateur est simplement obtenue en remplaçant x par \hat{Q} dans ce développement (qui ne fait intervenir que des sommes et des produits d'opérateurs).
- soit $g(x)$ n'est pas développable en série entière. Dans ce cas l'opérateur $g(\hat{Q})$ est défini comme suit : (i) les vecteurs propres de cet opérateur sont les mêmes que ceux de l'opérateur \hat{Q} , (ii) les valeurs propres associées sont égales à $g(E)$, où E est la valeur propre de \hat{Q} associée au vecteur en question.

Cette dernière définition est, bien entendu, compatible avec la première.

On se restreint à l'espace de Hilbert des états liés ($E < 0$)

$$H_0^{-1}|\psi\rangle = E^{-1}|\psi\rangle,$$

$$(-H_0)^{-1/2}|\psi\rangle = (-E)^{-1/2}|\psi\rangle.$$

On définit un nouvel opérateur:

$$\vec{M}' = \left(-\frac{\mu}{2H_0} \right)^{1/2} \vec{M}.$$

Relations de commutation

$$[L_i, L_j] = i\hbar \epsilon_{ijk} L_k,$$

$$[L_i, M'_j] = i\hbar \epsilon_{ijk} M'_k,$$

$$[M'_i, M'_j] = i\hbar \epsilon_{ijk} L_k,$$

On reconnaît l'algèbre de Lie $so(4)$ avec \vec{L} et \vec{M}' comme générateurs

On définit deux nouveaux opérateurs

$$\vec{I} = \frac{1}{2}(\vec{L} + \vec{M}'),$$

$$\vec{K} = \frac{1}{2}(\vec{L} - \vec{M}').$$

$$[I_i, I_j] = i\hbar \epsilon_{ijk} I_k,$$

$$[K_i, K_j] = i\hbar \epsilon_{ijk} K_k,$$

$$[I_i, K_j] = 0,$$

Algèbre de Lie $\mathfrak{so}(3)_K$ avec comme générateur, l'opérateur \vec{K} et comme opérateur de Casimir \vec{K}^2 .

Algèbre de Lie $\mathfrak{so}(3)_I$ avec comme générateur, l'opérateur \vec{I} et comme opérateur de Casimir \vec{I}^2 .

$$\mathfrak{so}(4) \sim \mathfrak{so}(3)_I \oplus \mathfrak{so}(3)_K \quad \textit{isomorphisme}$$

Base commune de vecteurs propres aux opérateurs \vec{K}^2 , K_z , \vec{I}^2 et I_z

$$\vec{I}^2 |i, m_i; k, m_k\rangle = i(i+1)\hbar^2 |i, m_i; k, m_k\rangle, \quad i, k = 0, \frac{1}{2}, 1, \dots,$$

$$I_z |i, m_i; k, m_k\rangle = m_i \hbar |i, m_i; k, m_k\rangle, \quad m_i \in [-i, \dots, +i]$$

$$\vec{K}^2 |i, m_i; k, m_k\rangle = k(k+1)\hbar^2 |i, m_i; k, m_k\rangle, \quad m_k \in [-k, \dots, +k]$$

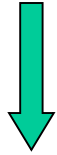
$$K_z |i, m_i; k, m_k\rangle = m_k \hbar |i, m_i; k, m_k\rangle,$$

$$\vec{M}^2 = \left(\frac{2H_0}{\mu} \right) (\vec{L}^2 + \hbar^2) + \kappa^2$$

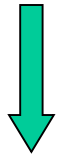


$$\vec{L} \cdot \vec{M}' = 0,$$

$$\vec{I}^2 = \vec{K}^2.$$



$$-\frac{1}{2} \mu \kappa^2 (H_0)^{-1} = 2(\vec{I}^2 + \vec{K}^2) + \hbar^2$$



$|i, m_i; i, m_k\rangle$ sont vecteurs propres de H_0

$$-\frac{1}{2} \mu \kappa^2 \frac{1}{E_n^{(0)}} = 4i(i+1)\hbar^2 + \hbar^2 = (2i+1)^2 \hbar^2$$

$$n = 2i + 1 = 1, 2, \dots$$



$$E_n^{(0)} = - \frac{\mu \kappa^2}{2 \hbar^2 n^2}$$

Pour conclure

Les états propres sont $|i, m_i; i, m_k\rangle$ avec $m_i \in [-i, \dots, +i]$
et $m_k \in [-i, \dots, +i]$

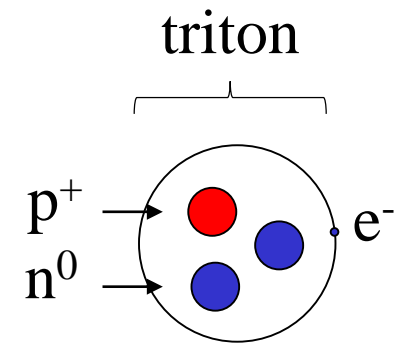
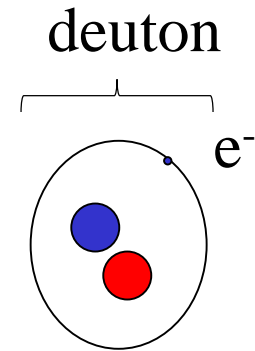
On voit facilement que la dégénérescence est égale à $(2i + 1)^2 = n^2$

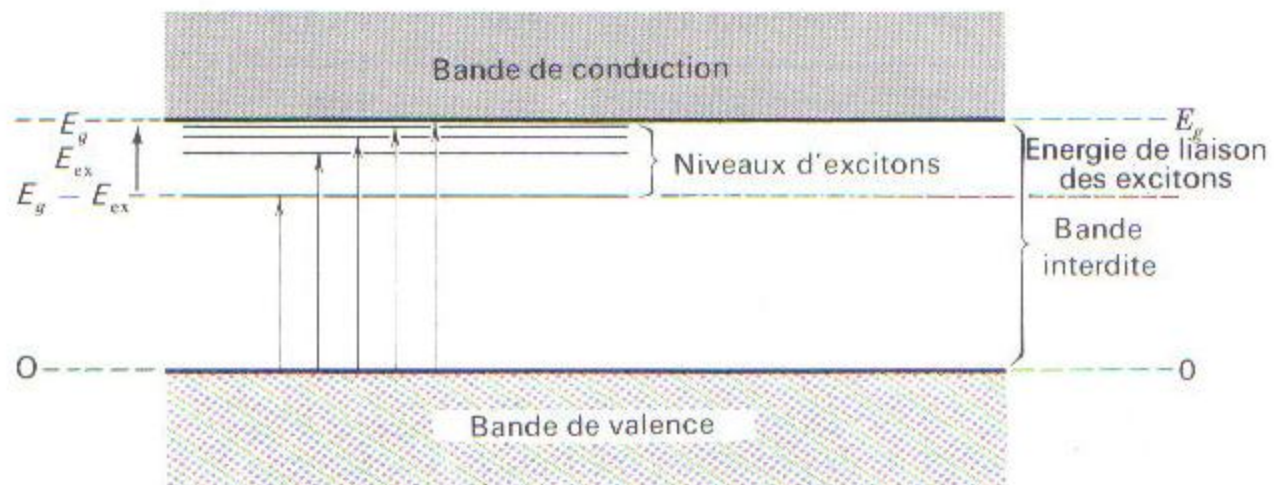
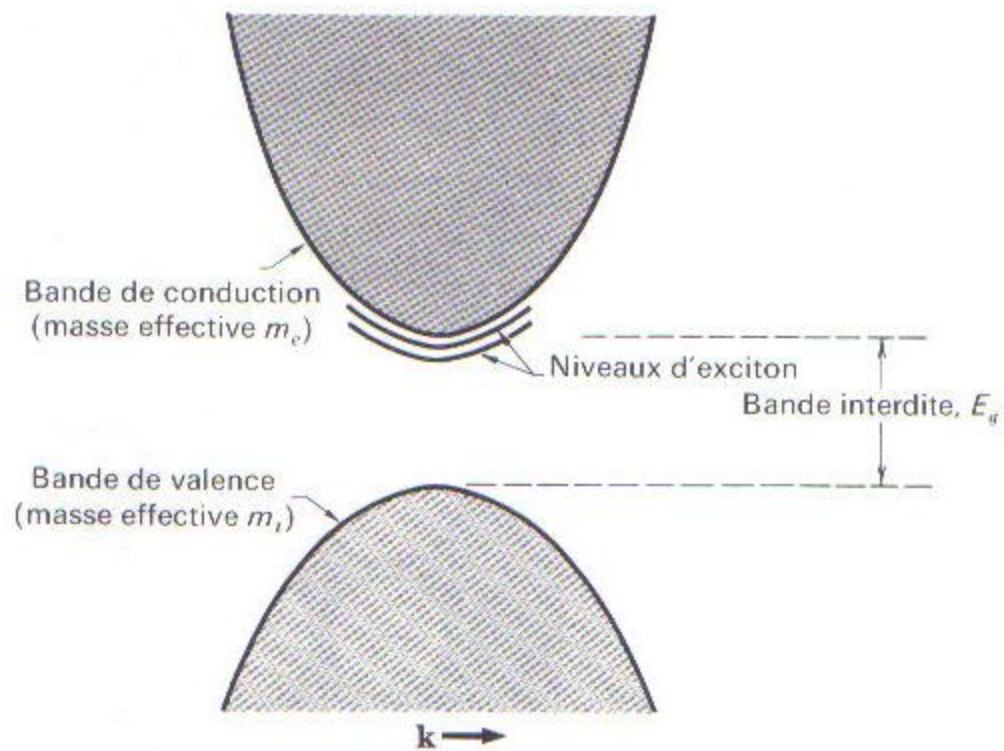
La relation $\vec{L} = \vec{I} + \vec{K}$ montre que l ne peut prendre que des valeurs entre 0 et $2i = n - 1$ en accord avec l'approche de Schrödinger.

Finalement on note que l'Ensemble Complet d'Observables qui Commutent (ECOC) est ici H_0, I_z , et K_z tandis que celui-ci est H_0, \vec{L}^2 , et L_z dans l'approche de Schrödinger.

Systèmes hydrogénoïdes comprenant un électron

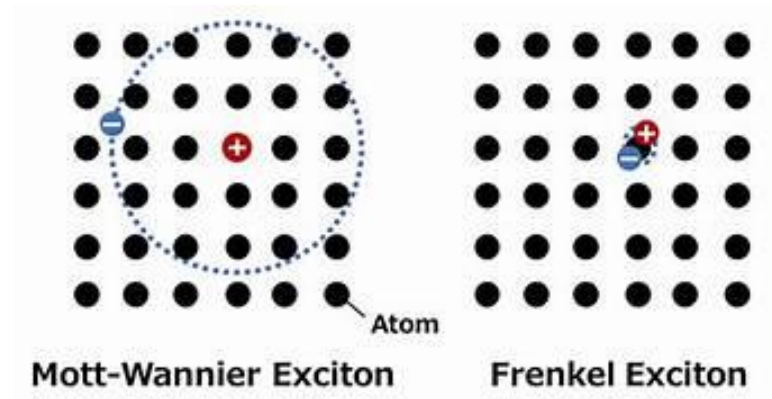
Isotopes lourds de l'hydrogène: deutérium (^2H) et tritium (^3H)





Excitons

Physique de la matière condensée



- Semi-conducteurs inorganiques: de 4.9 meV, 5.1 meV (GaAs, InP) à 29 meV, 59 meV (Zns, ZnO)
- Semiconducteurs organiques: de < 0.1 eV à 1 eV