© A. Lorange, G. Weick

TD 4
Gaz dans le champ de pesanteur

Exercice 1 : Gonflage d'un pneu

Un pneu « tubeless » (c'est-à-dire sans chambre à air) de volume fixe $V_{\text{pneu}} = 50\,\ell$ est gonflé à l'aide d'une bouteille à air comprimé de volume fixe $V_0 = 80\,\ell$ et de pression initiale $p_0 = 15\,\text{bar}$. On traitera l'air comme un gaz parfait et l'on supposera que les opérations décrites se font à température constante.

(a) Calculez la pression finale de la bouteille à air comprimé après avoir gonflé un pneu à la pression $p_{\text{pneu}} = 2.6\,\text{bar}$ (on négligera la pression initiale du pneu).

(b) Combien de pneus peut-on gonfler à la pression p_{pneu} avec cette bouteille d'air comprimé ?

Exercice 2 : Variation de pression dans la troposphère

On modélise la troposphère (partie basse de l'atmosphère) par un gaz parfait de masse molaire $M = 29\,\text{g.mol}^{-1}$ dont la température varie avec l'altitude z, en équilibre dans le champ de pesanteur terrestre. La variation de la température est donnée par $T(z) = T_0\,(1 - az)$ avec $T_0 = 293\,\text{K}$ et a une constante. On prendra comme pression au sol $p_0 = 1\,\text{atm}$.

(a) On observe une décroissance de température de $6\,^\circ\text{C}$ tous les $1000\,\text{m}$. En déduire la valeur numérique de a.

(b) À partir de l'équation de la statique, établir la loi de pression $p(z)$. Vérifier que l'on retrouve bien le modèle isotherme lorsque $a \to 0$.

(c) Que vaut la pression à $4000\,\text{m}$ d'altitude ? Comparez avec le modèle de l'atmosphère isotherme.

Exercice 3 : Masse de l'atmosphère terrestre

On considère que la Terre, supposée parfaitement sphérique de rayon $R_0 = 6370\,\text{km}$, est entourée d'une atmosphère isotherme à la température $T_0 = 300\,\text{K}$ que l'on modélisera par un gaz parfait de masse molaire $M = 29\,\text{g.mol}^{-1}$. On cherche à déterminer le champ de pression atmosphérique.

(a) Réduisez le problème à l'aide des symétries et des invariances.

(b) Établissez l'expression de la pression atmosphérique en négligeant les variations du champ de pesanteur (approximation que l'on justifiera à l'aide du résultat). On note p_0 la pression au niveau du sol.

(c) Calculez la masse de l'atmosphère sachant que $p_0 = 1\,\text{atm}$.